19 y 20 Cálculo de probabilidades. Probabilidad compuesta

CRITERIOS	ACTIVIDADES
A. Dominar los conceptos de espacio muestral y distintos tipos de sucesos ligados a una experiencia aleatoria, y los procesos de construcción.	1. En una urna hay bolas numeradas con números múltiplos de 7, menores que 70. Se considera el experimento aleatorio consistente en la extracción de una bola: a) Escribe el espacio muestral. b) Escribe los siguientes sucesos: A = «salir un número menor que 30» B = «salir un número primo» C = «salir un número impar» D = «salir un múltiplo de dos» c) ¿Qué relación hay entre los sucesos C y $\overline{D}$?
B. Utilizar las operaciones unión e intersección de sucesos en la obtención de nuevos sucesos y en la detección de la compatibilidad o incompatibilidad de sucesos.	2. Un edificio tiene 90 apartamentos, numerados del 1 al 90. Si se elige al azar un apartamento y nos fijamos en la última cifra del número: a) Escribe el espacio muestral. b) Describe los sucesos: A = «menor que 3» B = «impar» C = «múltiplo de 3» c) Halla los sucesos $A \cup B$; $A \cap C$; $\overline{A} \cap B$; $\overline{B \cup C}$. d) ¿Cómo son los sucesos A y B, A y C, B y C?
C. Asignar probabilidades a sucesos de experimentos simples o compuestos utilizando técnicas diversas.	3. Se lanza un dado cúbico cuyas caras están numeradas con los seis primeros números primos. Calcula la probabilidad de obtener: a) Un número par. b) Un número impar. c) Un número mayor o igual que 6. 4. Se lanza una moneda y un dado cúbico: a) Construye el espacio muestral. b) Calcula la probabilidad de obtener cruz e impar. c) Calcula la probabilidad de obtener número primo.
D. Reconocer la dependencia entre sucesos y aplicarlo para calcular probabilidades condicionadas y la probabilidad de la intersección de sucesos.	5. De una baraja española, 40 cartas, se extraen dos cartas al azar. Calcula la probabilidad de que las dos sean figuras, sota, caballo o rey: a) Si hay devolución de la primera carta extraída. b) Si no hay devolución de la primera carta extraída. 6. Se tiene una ruleta con seis sectores iguales, de forma que tres de estos sectores son rojos, dos azules y uno blanco. Se hace girar dos veces la ruleta. Calcula la probabilidad de que en el primer giro la flecha caiga en rojo, y en el segundo giro, en blanco.
E. Utilizar la regla del producto y la probabilidad total para calcular probabilidades de sucesos a los que se puede llegar por distintos caminos del diagrama.	7. Tres máquinas A, B y C, fabrican chinchetas, de forma que, en una hora, A produce 600 chinchetas; B, 300, y C, 100. Las probabilidades de que las máquinas produzcan chinchetas defectuosas son, respectivamente, de 0,02, 0,03 y 0,01. De una caja que contiene chinchetas fabricadas por las tres máquinas se elige una al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuosa?

SOLUCIONES

1. a) $E = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63\}$

b) A = «salir un número menor que 30» = $= \{7, 14, 21, 28\}$

B = «salir un número primo» = $\{7\}$

C = «salir un número impar» = $\{7, 21, 35, 49, 63\}$

D = «salir un múltiplo de dos» = $\{14, 28, 42, 56\}$

c) Los sucesos C y $\overline{D}$ son iguales, en efecto: D = $\{7, 21, 35, 49, 63\}$

2. a) $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

b) $A = \{0, 1, 2\}$

$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
$C = \{3, 6, 9\}$

c) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 5, 7, 9\}$

$A \cap C = \emptyset$
$\overline{A} \cap B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{3, 5, 7, 9\}$
$\overline{B \cup C} = \overline{\{1, 3, 5, 6, 7, 9\}} = \{0, 2, 4, 8\}$

d) A y B son compatibles; cuando se elige 1, se dan los dos sucesos.

A y C son incompatibles.
B y C son compatibles.

3. El espacio muestral es $E = \{1, 2, 3, 5, 7, 11\}$

a) $P(\text{obtener número par}) = P(\{2\}) = \dfrac{1}{6}$

b) $P(\text{obtener número impar}) = P(\{1, 3, 5, 7, 11\}) = \dfrac{5}{6}$

c) $P(\text{obtener número} \geqslant 6) = P(\{7, 11\}) = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

4. a) $E = \{(C, 1), (C, 2), (C, 3), (C, 4), (C, 5), (C, 6), (+, 1), (+, 2), (+, 3), (+, 4), (+, 5), (+, 6)\}$

b) $P(+ \text{ e impar}) = P(\{(+, 1), (+, 3), (+, 5)\}) = \dfrac{3}{12} = 0{,}25$

c) $P(\text{número primo}) = P(\{(C, 1), (C, 2), (C, 3), (C, 5), (+, 1), (+, 2), (+, 3), (+, 5)\}) = \dfrac{8}{12} = 0{,}67$

5. a) Si hay devolución de la primera carta extraída, el suceso obtenido en la primera extracción no influye en lo que se obtenga en la segunda.

$P(\text{las dos son figuras}) = P(\text{figura en 1.ª})$
$\underbrace{P(\text{figura en 2.ª/figura en 1.ª})}_{P(\text{figura en 2.ª})} =$

$= \dfrac{12}{40} \cdot \dfrac{12}{40} = 0{,}09$

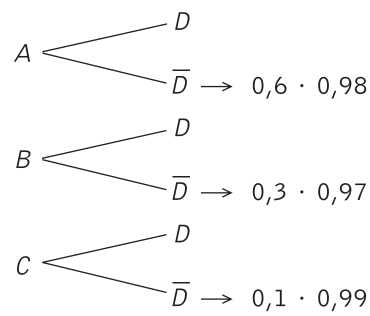
b) Si no hay devolución de la primera carta extraída, el suceso obtenido en la primera extracción influye en lo que se obtenga en la segunda; por tanto, lo condiciona.

$P(\text{las dos son figuras}) =$
$= P(\text{figura en 1.ª}) \cdot P(\text{figura en 2.ª/figura en 1.ª}) =$
$= \dfrac{12}{40} \cdot \dfrac{11}{39} = 0{,}085$

6. Es claro que el resultado obtenido en el primer giro de la ruleta no influye en el resultado del segundo giro, es decir, hay independencia; por tanto:

$P(R \text{ en 1.º y } B \text{ en 2.º}) =$
$= P(R \text{ en 1.º}) \cdot \underbrace{P(B \text{ en 2.º}/R \text{ en 1.º})}_{p(B \text{ en 2.º})} =$
$= \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{12} = 0{,}083$

7. Construimos el siguiente diagrama en árbol:



$P(\overline{D}) = P(\overline{D}/A) + P(\overline{D}/B) + P(\overline{D}/C) = 0{,}6 \cdot 0{,}98 + 0{,}3$