

19 y 20

Cálculo de probabilidades. Probabilidad compuesta

- Se considera el experimento aleatorio consistente en volver una ficha de las 28 de un dominó y anotar el producto de los puntos de las dos mitades de la ficha.
 - Establece el espacio muestral E .
 - Si denotamos por a_i el suceso que consiste en haber vuelto y leído una ficha con producto igual a i , describe los sucesos: a_{13} , a_6 , $B = a_6 \cup a_{12}$, $C = a_4 \cap a_3$, D : «se consigue ficha con producto múltiplo de 6».
- Con las cifras 1, 2, 3, 4 y 5 se forman todos los números posibles, menores de 1 000, con cifras distintas. ¿Cuál es la probabilidad de que elegido uno de estos números, al azar, sea par?
- Un vendedor de periódicos observa que ha vendido 110 ejemplares del periódico A y 150 del periódico B , y, sin embargo, solo ha despachado a 200 personas. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar, entre los 200 compradores, dos que tengan un único y mismo periódico?
- Tenemos un dado mal construido del que sabemos: $P(1) = 0,12$, $P(2) = 0,24$, $P(3) = m$; $P(4) = 0,18$, $P(5) = 2m$ y $P(6) = 0,13$.
 - Calcula las probabilidades de los sucesos elementales $\{3\}$ y $\{5\}$.
 - Calcula la probabilidad de obtener un número primo.
- Se consideran los sucesos A y B de un experimento aleatorio, de los que se conoce:

$$P(A) = \frac{2}{7} \qquad P(B) = \frac{3}{7} \qquad P(A/B) = \frac{1}{4}$$
 - Calcula $P(A \cap B)$; $P(B/A)$.
 - Estudia la dependencia de los sucesos A y B .
- En un instituto, el 45 % de los alumnos son varones, el 60 % quiere estudiar una carrera universitaria, y el 35 % son varones y quieren estudiar una carrera universitaria.
Se elige un alumno al azar. Calcula la probabilidad de que:
 - Quiera estudiar una carrera universitaria, si es varón.
 - Siendo mujer, quiera estudiar una carrera universitaria.
 - No sea varón y no quiera estudiar una carrera universitaria.
- Se tienen dos monedas, una normal y la otra trucada, con dos caras. Se elige una de las dos monedas al azar, se lanza y sale cara. ¿Cuál es la probabilidad de que se haya elegido la moneda normal?
- Una persona puede llamar por teléfono a tres amigos: Juan, Pedro y Tomás. La probabilidad de que Juan comunique es 0,3; 0,25 la de que comunique Pedro, y 0,40 la de que comunique Tomás. Finalmente llama, al azar, a uno de los amigos. Calcula la probabilidad de que comunique.

SOLUCIONES

1. a) $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 30, 36\}$

b) $a_{13} = \emptyset$

$a_0 = \{(0, 1), (0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (0, 6)\}$

$B = a_6 \cup a_{12} = \{(1, 6), (2, 3)\} \cup \{(2, 6), (3, 4)\} = \{(1, 6), (2, 3), (2, 6), (3, 4)\}$

$C = a_4 \cap a_3 = \{(1, 4), (2, 2)\} \cap \{(1, 3)\} = \emptyset$

D: «se consigue ficha con producto múltiplo de 6» = $\{(1, 6), (2, 3), (2, 6), (3, 4), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 6)\}$

2. Para que los números formados sean menores que 1 000, solo pueden tener una, dos o tres cifras.

Casos posibles:

$$V_{5,1} + V_{5,2} + V_{5,3} = 5 + 20 + 60 = 85$$

Casos favorables:

$$2 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot V_{4,2} = 2 + 8 + 24 = 34$$

En efecto:

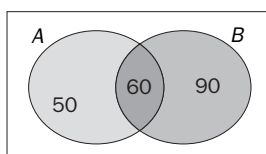
Números pares de una cifra: 2.

Números pares de dos cifras, la cifra de las unidades tiene que ser 2 o 4: $2 \cdot V_{4,1}$.

Números pares de tres cifras, la cifra de las unidades tiene que ser 2 o 4: $2 \cdot V_{4,2}$.

$$P(\text{elegir un número par}) = \frac{34}{85}$$

3. Del enunciado se deduce, observar el gráfico:



Han comprado únicamente el periódico A 50 compradores.

Han comprado únicamente el periódico B 90 compradores.

Han comprado los dos ejemplares 60 compradores.

La probabilidad pedida es: $\frac{C_{50,2} + C_{90,2}}{C_{200,2}} = \frac{523}{1990}$

4. a) Como la probabilidad del suceso seguro es 1,

$$\sum_{i=1}^6 P(i) = 0,67 + 3m = 1; m = 0,11;$$

$$P(3) = 0,11; P(5) = 0,22.$$

b) $P(\text{«obtener número primo»}) = P(\{1, 2, 3, 5\}) = 0,12 + 0,24 + 0,11 + 0,22 = 0,69.$

5. a) $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Leftrightarrow \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B) = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{28}$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{28}}{\frac{2}{7}} = \frac{3}{8}$$

b) $P(A/B) = \frac{1}{4} \neq \frac{2}{7} = P(A)$, por tanto son dependientes.

6. Consideremos los sucesos:

M: «ser mujer».

V: «ser varón».

C: «estudiar carrera universitaria».

Distribuimos los datos conocidos y completamos la tabla:

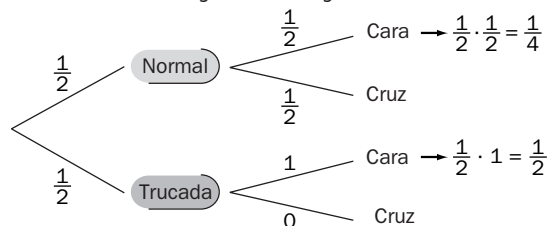
	V	M	
C	0,35	0,25	0,60
\bar{C}	0,10	0,30	0,40
	0,45	0,55	1

a) $P(C/V) = \frac{P(C \cap V)}{P(V)} = \frac{0,35}{0,45} = \frac{7}{9}$

b) $P(C/M) = \frac{P(C \cap M)}{P(M)} = \frac{0,25}{0,55} = \frac{5}{11}$

c) $P(\bar{V} \cap \bar{C}) = P(M \cap \bar{C}) = 0,30$

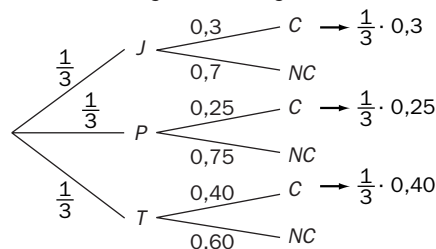
7. Consideramos el siguiente diagrama en árbol:



$$P(\text{Cara}) = P(\text{Cara/Normal}) + P(\text{Cara/Trucada}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$P(\text{Normal/Cara}) = \frac{P(N \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

8. Consideramos el siguiente diagrama en árbol:



$$P(C) = P(C/Juan) + P(C/Pedro) + P(C/Tomás) = \frac{1}{3} \cdot (0,30 + 0,25 + 0,40) = 0,317$$