

Trigonometría

Ejercicios de refuerzo

1.- Determina las razones trigonométricas de los siguientes ángulos, relacionándolos con algunos ángulos notables (0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 180° , 270° , 360°), indicando en qué cuadrante se encuentran:

- a) 240° b) 135° c) 315° d) 720° e) 750°

2.- Calcula el valor de los siguientes ángulos y el resto de las razones trigonométricas, sabiendo que:

- a) $\operatorname{sen} \alpha = -\sqrt{2}/2$ y $\alpha \in$ III cuadrante
 b) con $\alpha = -1/2$ y $\alpha \in$ II cuadrante
 c) $\operatorname{tag} \alpha = 1$ y $\alpha \in$ IV cuadrante

3.- Calcula el seno y la tangente de un ángulo agudo, sabiendo que su coseno vale:

- a) 0,5541 b) 0.1852 c) 0,9457 d) 0,5

4.- Calcula el coseno y la tangente de un ángulo agudo, sabiendo que su seno vale:

- a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{4}{7}$ d) $\frac{3}{4}$

Expresa los resultados en forma de fracción.

5.- Calcula el seno y la tangente de un ángulo agudo, sabiendo que su coseno vale:

- a) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ b) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ d) $\frac{\sqrt{7}}{5}$

Expresa los resultados en forma de expresiones racionales.

Tercera relación fundamental:

Al **dividir** los dos miembros de la **primera relación fundamental** por $\cos^2 \alpha$:

$$\frac{\operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

A este resultado se le conoce como "Tercera relación fundamental de la Trigonometría" y sirve para relacionarnos la tangente con el coseno de un ángulo.

Cuarta relación fundamental

Al **dividir** los dos miembros de la **primera relación fundamental** por $\operatorname{sen}^2 \alpha$:

$$\frac{\operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\operatorname{sen}^2 \alpha} = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \alpha} \Rightarrow \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{\operatorname{sen}^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{sen}^2 \alpha} = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{1}{\tan^2 \alpha} = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \alpha}$$

A este resultado se le conoce como "Cuarta relación fundamental de la Trigonometría" y sirve para relacionarnos la tangente con el seno de un ángulo.

A la luz de estos resultados, realiza las actividades siguientes.

6.- Calcula $\operatorname{sen} \alpha$ y $\cos \alpha$, sabiendo que la tangente de α vale:

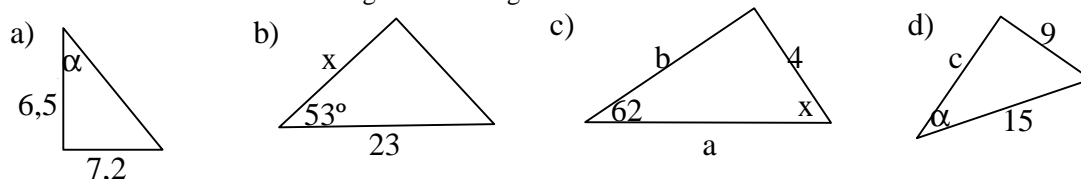
- a) 0,7563 b) 1,3852 c) 8,3756 d) 5432

7.- La tangente de un ángulo agudo α vale $\frac{3}{2}$. Calcula $\operatorname{sen} \alpha$ y $\cos \alpha$ expresando los resultados mediante fracciones y radicales.

8.- La tangente de un ángulo agudo α vale $\sqrt{2}$. Calcula el $\operatorname{sen} \alpha$ y $\cos \alpha$ dando los resultados mediante expresiones radicales.

9.- Si α es un ángulo agudo y $\operatorname{sen} \alpha = \frac{3}{5}$, calcula el valor de la expresión $5 \operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha - 16 \tan \alpha$

10.- Halla el valor de las letras en los siguientes triángulos:



11.- La altura de los ojos de un observador es de 1,60 m. El observador ve el punto más alto de un poste con un ángulo de elevación de 33° . La distancia entre los pies del observador y el pie del poste es de 6 metros. Calcula la altura del poste.

12.- Desde un punto del suelo se ve la altura de una torre con un ángulo de elevación de 48° . Si se retrocede 30m, se ve la misma torre pero bajo un ángulo de 24° . Calcula la altura de la torre.

13.- Desde la orilla de un río se ve un árbol en la otra orilla bajo un ángulo de 40° , y si se retrocede 4m se ve bajo un ángulo de 28° . Calcula la altura del árbol y la anchura del río.

14.- Dos observadores situados a 70 metros de distancia ven un globo situado entre ellos y en el mismo plano vertical bajo ángulos de elevación de 25° y 70° . Halla la altura del globo y las distancias que los separan de cada uno de los dos observadores.

15.- La diagonal de un rectángulo mide 7cm y forma con uno de los lados un ángulo de 39° . Calcula la medida de los lados del rectángulo, así como su área.

16.- Calcula el área de un rombo sabiendo que uno de sus ángulos es de 45° y que su lado mide 2m.

17.- Indica el cuadrante al que pertenece cada uno de los siguientes ángulos expresados en grados:

- a) 320° b) 125° c) 200° d) 15° e) 516° f) 765° g) 1295° h) 2150°

18.- Indica el cuadrante al que pertenece cada uno de estos ángulos expresados en radicales:

- a) $\frac{7\pi}{4} \text{ rad}$ b) $\frac{7\pi}{6} \text{ rad}$ c) $\frac{2\pi}{3} \text{ rad}$ d) $\frac{\pi}{11} \text{ rad}$ e) $\frac{11\pi}{4} \text{ rad}$ f) $\frac{16\pi}{3} \text{ rad}$ g) $\frac{49\pi}{6} \text{ rad}$ h) $\frac{38\pi}{5} \text{ rad}$

19.- El coseno de un ángulo del cuarto cuadrante vale $\frac{28}{53}$. Calcula el seno y la tangente de ese mismo ángulo.

20.- La tangente de un ángulo del tercer cuadrante vale $\frac{77}{36}$. Calcula el seno y el coseno de ese mismo ángulo.

21.- Responde a las siguientes preguntas y razones la respuesta:

- a) ¿Puede el coseno de un ángulo del segundo cuadrante valer $\frac{1}{2}$?
- b) ¿Puede el seno de un ángulo del segundo cuadrante valer $\frac{13}{12}$?
- c) ¿Puede la tangente de un ángulo del tercer cuadrante valer $\frac{13}{12}$?
- d) ¿Puede la tangente de un ángulo del cuarto cuadrante valer $\frac{13}{12}$?
- e) ¿Puede el seno de un ángulo del segundo cuadrante valer $\frac{1}{2}$?

22.- El seno de un ángulo del tercer cuadrante vale $-\frac{7}{25}$. Calcula el coseno y la tangente de ese mismo ángulo.

23.- La tangente de un ángulo del segundo cuadrante vale $-\frac{3}{10}$. Calcula el seno y el coseno de ese mismo ángulo.

24.- El coseno de un ángulo del cuarto cuadrante vale $\frac{\sqrt{5}}{5}$. Calcula el seno y la tangente del mismo ángulo.

25.- Sin ayuda de la calculadora, indica los valores de las siguientes razones trigonométricas:

- a) $\sin 150^\circ$ b) $\cos(-330)$ c) $\tan 315^\circ$ d) $\sin 225^\circ$ e) $\tan(-315^\circ)$ f) $\tan 150^\circ$
 g) $\sin 300^\circ$ h) $\cos 135^\circ$ i) $\tan 1305^\circ$ j) $\sin(-210^\circ)$ k) $\cos 210^\circ$ l) $\tan 300^\circ$

26.- Indica la medida de todos los ángulos x tales que se verifique que:

- a) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\cos x = 0$ c) $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

27.- Indica la medida de todos los ángulos x menores que 360° tales que se verifique que:

- a) $\sin x = -1$ b) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

28.- Sin ayuda de la calculadora, halla el valor de las siguientes razones trigonométricas:

- a) $\sin 315^\circ$ b) $\tan 960^\circ$ c) $\cos \frac{5\pi}{2} \text{ rad}$ d) $\cos 120^\circ$ e) $\sin \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$ f) $\tan \frac{13\pi}{3} \text{ rad}$

29.- Expresa las razones trigonométricas de 70° , 160° , 200° y 340° en función de las de 20° .

30.- Expresa las razones trigonométricas de 33° en función de las de -33° .

31.- Indica cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles son falsas. Razona tu respuesta.

- a) Un ángulo de 720° es un ángulo de dos vueltas y, uno de 360° , es un ángulo de una vuelta.
- b) El ángulo de 1200° se puede expresar así: $1200^\circ = 3 \text{ vueltas} + 120^\circ$
- c) El seno de 1200° es igual al seno del ángulo de 120°
- d) El ángulo de 780° tiene el mismo seno que el ángulo de 60°
- e) El seno de 90° es igual a 1
- f) El coseno de 180° es igual a -1
- g) Del triángulo rectángulo isósceles de la figura se obtiene que $\tan 45^\circ = 1$
- h) El seno de un ángulo es siempre menor que 1
- i) Si $\sin \alpha = 1$, el ángulo α vale 90°

