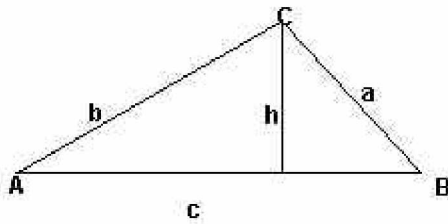


TEOREMA DEL SENO

DEMOSTRACIÓN DEL TEOREMA DEL SENO



Como ya sabes por la definición de las razones trigonométricas:

$$h = b \operatorname{sen} A, \text{ y } h = a \operatorname{sen} B$$

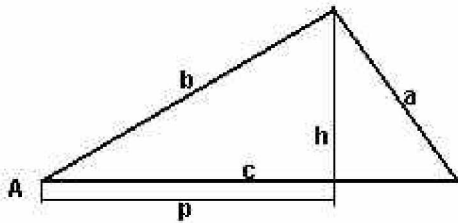
luego $b \operatorname{sen} A = a \operatorname{sen} B$, de donde se obtiene una de las igualdades del teorema del seno:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B}$$

La otra se obtiene igual considerando otra de las alturas del triángulo.

TEOREMA DEL COSENO

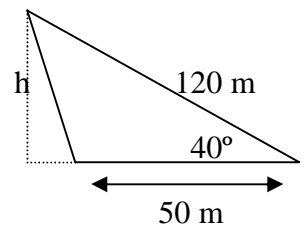
DEMOSTRACIÓN DEL TEOREMA DEL COSENO



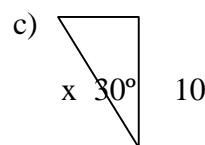
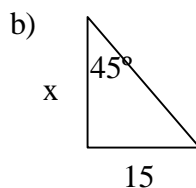
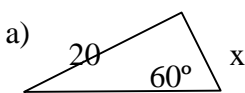
Observa que el triángulo ha quedado dividido en dos triángulos rectángulos. Por el teorema de Pitágoras se tiene que $a^2 = (c-p)^2 + h^2$ y $h^2 = b^2 - p^2$. Luego se obtiene $a^2 = (c-p)^2 + h^2 = (c-p)^2 + b^2 - p^2 = c^2 + p^2 - 2pc + b^2 - p^2 = c^2 + b^2 - 2pc$ y como $p = b \operatorname{cos} A$ tenemos el teorema

ACTIVIDADES

- (1) ¿A qué altura estará volando un avión que es visto por dos observadores con una distancia de 500m entre ellos, si los ángulos de elevación son de 60° y 50° ?
- (2) Un agricultor quiere vender la parcela de la figura. ¿Cuánto obtendrá por ella si se la pagan a 50.000 ptas. el m^2 ?
- (3) El piloto de un avión observa un punto del terreno con un ángulo de depresión de 30° . Dieciocho segundos más tarde, el ángulo de depresión obtenido sobre el mismo punto es de 55° . Si vuela horizontalmente y a una velocidad de 400 millas/hora, halla la altitud del vuelo.
- (4) La longitud de un hilo que sujeta una cometa es de 15 metros. Si el ángulo de elevación de la cometa es de 30° , ¿qué altura alcanza la cometa?
- (5) Un avión vuela a 350m de altura, y el piloto observa que el ángulo de depresión de un aeropuerto próximo es de 15° . ¿Qué distancia le separa del mismo en ese instante?
- (6) Dos poblaciones A y B, están situadas en una carretera que va del norte al sur. Otra población C, a 10 km en línea recta de la carretera anterior, está situada a 20° suroeste de A y a 30° suroeste de B. ¿Qué distancia separa a A de B?



1. Halla el valor del lado x en cada uno de los siguientes triángulos:



2. Calcula los ángulos agudos que cumplen:

i. $\operatorname{Sen} \alpha = 1$

ii. $\operatorname{Tag} \alpha = \sqrt{3}$

iii. $\operatorname{Cos} \alpha = -0.5$

3. Completa la siguiente tabla:

Grados	105°		320°		35°
Radianes		$4\pi/9$		$7\pi/15$	

4. Determina las razones trigonométricas de los dos ángulos de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 3 cm y uno de sus catetos mide 1 cm.

5. Reduce al primer giro estos ángulos:

- i. 1930° ii. 5350° iii. 375° iv. 999°

6. Indica, sin calcular su valor, el signo de las razones trigonométricas de los siguientes ángulos:

- i. 179° iv. -120° vi. $7\pi/2$ viii. $4\pi/5$
 ii. 342° v. $3\pi/4$ vii. $3\pi/4$
 iii. -18°

7. Si $\cos \alpha = 5/6$ y α es un ángulo agudo, calcula:

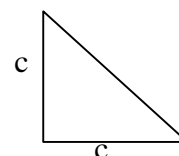
- i. $\text{Sen}(90^\circ - \alpha)$ ii. $\text{Cos}(180^\circ - \alpha)$ iii. $\text{Cos}(-\alpha)$ iv. $\text{Sen}(90 + \alpha)$

8. Si $\text{sen } x = 1/5$ y x pertenece al cuarto cuadrante, calcula $\text{cos } x$ y $\text{tag } x$.

9. Si $\text{cos } x = \sqrt{2}$, ¿qué se puede asegurar del ángulo x?

10. Indica cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas. Razona tu respuesta.

- i. Un ángulo de 720° es un ángulo de dos vueltas y, uno de 360°, es un ángulo de una vuelta.
 ii. El ángulo de 1200° se puede expresar así: $1200^\circ = 3 \text{ vueltas} + 120^\circ$
 iii. El seno de 1200° es igual al seno del ángulo de 120°
 iv. El ángulo de 780° tiene el mismo seno que el ángulo de 60° ($\text{sen } 780^\circ = \text{sen } 60^\circ$)
 v. El seno de 90° es igual a 1
 vi. El coseno de 180° es igual a -1
 vii. Del triángulo rectángulo isósceles de la figura se obtiene que $\text{tag } 45^\circ = 1$
 viii. El seno de un ángulo es siempre menor que 1.
 ix. Si el $\text{sen } \alpha = 1$, el ángulo α vale 1.
 x. Si el seno de un ángulo agudo vale $3/5$, entonces el coseno es $4/5$.



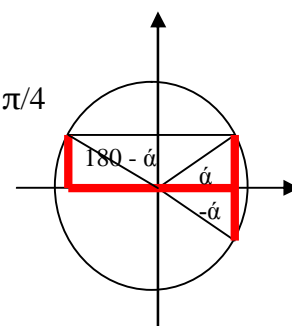
xi. Si $\text{sen } \alpha = 2/3$, entonces $\text{cos } \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$

xii. Como una circunferencia tiene 2π radianes, resulta que $360^\circ = 2\pi$ radianes y $45^\circ = \pi/4$

xiii. La figura del margen indica que $\text{sen } \alpha = \text{sen}(180^\circ - \alpha)$

xiv. La figura del margen indica que $\text{sen}(-\alpha) = -\text{sen } \alpha$

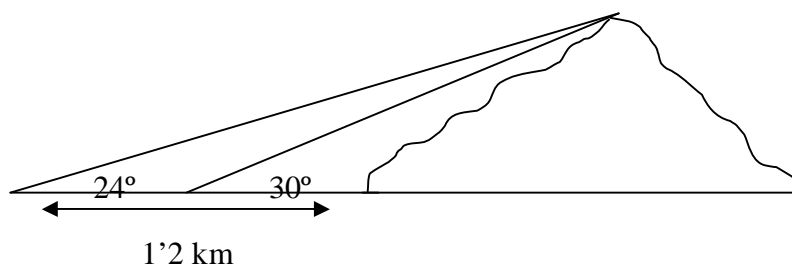
xv. La figura del margen indica que $\text{cos}(-\alpha) = \text{cos } \alpha$



11. Si el $\text{arc sen } \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, entonces $\alpha = 45^\circ$

12. Si la $\text{arc tag } \alpha = 1$, entonces $\alpha = 55^\circ$

13. Para medir la altura de una montaña se obtuvieron las medidas de la figura adjunta. Si los dos puntos de observación están situados a 1200 metros sobre el nivel del mar, ¿qué altura alcanza la montaña?



14. Un observador está situado a 70 metros de la cabeza de un tren de 80 m de longitud. Si el ángulo que forman las visuales hacia la cabeza y la cola del tren es de 52°, ¿a qué distancia se encuentra la cola?

