

PROPUESTAS DE EVALUACIÓN

6 | La semejanza en el plano

CRITERIOS

A. Reconocer figuras semejantes y calcular la razón de semejanza entre sus magnitudes: lados, perímetros y áreas.

B. Conocer el teorema de Tales y aplicarlo para representar puntos que determinan segmentos de razones dadas.

C. Aplicar los criterios de semejanza de triángulos en la resolución de problemas.

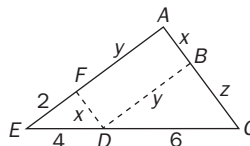
D. Conocer los teoremas relativos a los triángulos rectángulos y aplicarlos para resolver problemas.

E. Conocer los teoremas relativos a los triángulos cualesquiera y aplicarlos en la solución de problemas.

F. Resolver problemas geométricos en los que incida la semejanza.

ACTIVIDADES

1. Calcula las medidas de los segmentos x , y , z en la siguiente figura. ¿Cuántas soluciones hay?

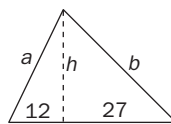


2. Las diagonales de un rombo miden 12 y 16 cm, respectivamente. Halla el área de otro rombo semejante de 100 cm de perímetro.

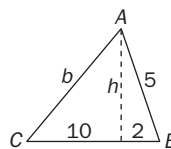
3. Dibuja sobre una recta 4 puntos A , B , C y D de modo que se verifiquen las siguientes razones: $\frac{AB}{AC} = 2$ y $\frac{AD}{CB} = 5$. ¿Qué teorema utilizas para hacerlo?

4. Para determinar la altura de un objeto, una persona de 1,70 m de altura sitúa un espejo en el suelo entre ella y el objeto, de forma que todos ellos, objeto, espejo y persona, quedan en un mismo plano. Si el espejo dista 10 m del objeto y 2 m de la persona, ¿qué altura tiene el objeto?

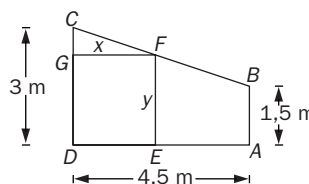
5. En el triángulo rectángulo de la figura, calcula el cateto b , la altura h , correspondiente al vértice A , y el área.



6. Calcula el lado b y la altura h del triángulo de la figura. ¿Se trata de un triángulo rectángulo?



7. La buhardilla de una casa es el trapecio $ABCD$ de la figura. Se desea colocar el marco de una ventana $DEFG$ rectangular de 18 metros de perímetro. Halla las dimensiones del marco.



SOLUCIONES

1. Por el teorema de Tales:

$$\frac{2}{4} = \frac{y}{6} \Rightarrow y = 3$$

Por la semejanza de los triángulos EDF y ECA :

$$\frac{x}{4} = \frac{x+z}{10} \quad z = \frac{3x}{2}$$

Para cada valor de x se obtiene un valor de z . Hay infinitas soluciones.

2. Sean $D = 8$, $d = 6$ las semidiagonales del rombo dado, D' y d' las del rombo semejante, x su lado, k la razón de semejanza, y S el área pedida. Se tiene:

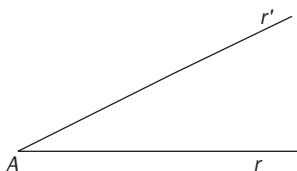
$$D' = k \cdot D = 8k$$

$$d' = k \cdot d = 6k$$

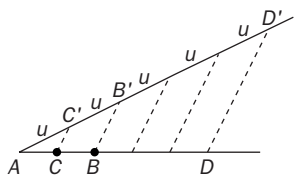
$$\left. \begin{aligned} x &= \sqrt{D'^2 + d'^2} = 10k \\ 4x &= 100 \Rightarrow 40k = 100 \end{aligned} \right\} \Rightarrow k = 2,5 \Rightarrow \begin{cases} D' = 20 \text{ cm} \\ d' = 15 \text{ cm} \end{cases}$$

$$S = 2D'd' = 600 \text{ cm}^2$$

3. Dibujamos una recta, r , y marcamos en ella un punto, A . Por este punto, trazamos otra recta, r' .



Sobre r' llevamos 5 segmentos de igual longitud u , y en ella los puntos C' , B' y D' . Trazando tres paralelas por C' , B' y D' se obtienen los puntos C , B y D , que cumplen con las condiciones del problema.



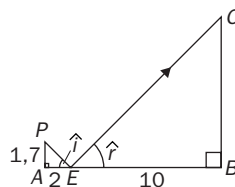
Efectivamente, aplicando el teorema de Tales:

$$\frac{AC}{AC'} = \frac{AB}{AB'} \quad \frac{AD}{AD'} = \frac{AB}{C'B'}$$

Por tanto:

$$\left. \begin{aligned} \frac{AC}{u} &= \frac{AB}{2u} \\ \frac{AD}{5u} &= \frac{CB}{u} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{AB}{AC} &= 2 \\ \frac{AD}{CB} &= 5 \end{aligned}$$

4. Si AP es la persona, BO el objeto, E el espejo, $\hat{i} = \hat{r}$.



Por la semejanza de los triángulos EAP y EBO , podemos escribir:

$$\left. \begin{aligned} \frac{BO}{AP} &= \frac{EB}{AE} \\ \frac{BO}{1,70} &= \frac{10}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow BO = 8,50$$

El objeto mide 8,50 m.

5. Se aplica el teorema de la altura para hallar h :

$$h^2 = 12 \cdot 27; h = 18$$

La altura h mide 18 cm.

Se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo AHB :

$$c = \sqrt{18^2 + 12^2} \approx 21,63$$

$$b = \sqrt{18^2 + 27^2} \approx 32,45$$

El cateto b mide 32,45 cm.

$$\text{Área: } S = \frac{(12 + 27)18}{2} = 351$$

El área mide 351 cm².

6. Se aplica el teorema del cateto:

$$b^2 = 12^2 + 5^2 - 2 \cdot 12 \cdot 10; b = 11$$

El lado b mide 11 cm.

$$\text{Teorema de Pitágoras: } h = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$$

El triángulo no es rectángulo: $11^2 + 5^2 \neq 12^2$

7. Sean x e y las dimensiones del marco.

El lado CB se calcula por el teorema de Pitágoras:

$$CB = \sqrt{(3 - 1,5)^2 + 4,5^2} \approx 4,74$$

$ABCD$ y $EFCD$ son semejantes, luego sus bases son proporcionales:

$$\frac{BA}{FE} = \frac{FC}{CD'} \cdot \frac{1,5}{y} = \frac{y}{3} \cdot y = \sqrt{4,5} \approx 2,12$$

De la condición del perímetro:

$$2x + 2y = 18; x \approx 6,88$$

Las dimensiones del marco son: 2,12 m y 6,88 m