

## 6 Figuras semejantes. Teorema de Tales

1. Los lados de un cuadrilátero ABCD miden 4 cm, 6 cm, 10 cm y 15 cm, y los lados de otro cuadrilátero A'B'C'D' miden 5 cm, 7,5 cm, 12,5 cm y 18,75 cm. ¿Son semejantes ambos cuadriláteros? Si lo son, calcula la razón de semejanza.
2. Un triángulo de lados 5, 6 y 8 cm es semejante a otro cuyo lado menor mide 7 cm. Halla sus otros dos lados.
3. Los lados de un triángulo miden 10, 15 y 20 cm, y otro triángulo semejante al dado tiene un perímetro de 54 cm. Halla la medida de sus lados.
4. Un triángulo ABC es semejante a otro A'B'C', siendo 2 la razón de semejanza. A su vez, el triángulo A'B'C' es semejante a otro triángulo A''B''C'', siendo 5 la razón de semejanza en este caso. ¿Son semejantes ABC y A''B''C''? ¿Cuál es la razón de semejanza?
5. El ángulo desigual de dos triángulos isósceles mide  $42^\circ$ .
  - a) Calcula la medida de los otros ángulos.
  - b) ¿Son semejantes ambos triángulos?
  - c) Sabiendo que el lado desigual del triángulo mayor mide 20 cm y el del menor 12 cm, halla la razón de las áreas de ambos triángulos.
6. La distancia en un mapa entre dos ciudades que se encuentran en realidad a 950 km es de 19 cm.
  - a) ¿Cuál es la escala de representación del mapa?
  - b) ¿Cuál será la distancia entre otras dos ciudades que en el mapa se encuentran a 4,2 cm?
7. En el instante en que una estaca de 1,2 m clavada en el suelo proyecta una sombra de 80 cm, la sombra de una torre cercana mide 16 m. ¿Cuál es la altura de la torre?
8. En un mapa de escala 1:1 500 000, el pueblo de Villablanca está separado del pueblo de Villaverde 1,12 cm.
  - a) ¿Cuál es la distancia real entre ambos pueblos?
  - b) Si hacemos una fotocopia reducida al 50 % del mapa, ¿cuál será la escala del mapa fotocopiado?
9. Los lados de una finca cuadrangular miden 40, 60, 80 y 90 m. Su dueño tiene una parcela semejante cuyo lado mayor mide 120 m. ¿Cuántos metros de alambre necesita para vallarla?
10. ¿Qué superficie ocupa en un mapa un país de  $8\,650\text{ km}^2$  si la escala del mismo es de 1:5 000 000?

# SOLUCIONES

1. Son semejantes, porque  $\frac{4}{5} = \frac{6}{7,5} = \frac{10}{12,5} = \frac{15}{18,75} = 0,8$ , que es la razón de semejanza.

2.  $\frac{5}{7} = \frac{6}{x} = \frac{8}{y}$   
 $x = \frac{6 \cdot 7}{5} = 8,4 \text{ cm}$ ,  $y = \frac{8 \cdot 7}{5} = 11,2 \text{ cm}$

3.  $\begin{cases} \frac{10}{x} = \frac{15}{y} = \frac{20}{z} \\ x + y + z = 54 \end{cases} \Rightarrow x + \frac{15x}{10} + \frac{20x}{10} = 54 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 45x = 540 \Rightarrow x = 12$   
Los lados miden  $x = 12 \text{ cm}$ ;  $y = \frac{15 \cdot 12}{10} = 18 \text{ cm}$ ,  
 $z = \frac{20 \cdot 12}{10} = 24 \text{ cm}$

4. Sí son semejantes y la razón de semejanza es  $k = 2 \cdot 5 = 10$ .

5. a)  $\alpha = \frac{180^\circ - 42^\circ}{2} = 69^\circ$   
b) Sí, porque tienen sus ángulos iguales.  
c)  $k = \frac{12}{20} = 0,6 \Rightarrow$  la razón de semejanza entre las áreas es  $k^2 = 0,36$ .

6. a)  $k = \frac{19}{95\,000\,000} = \frac{1}{5\,000\,000}$

La escala es 1:5 000 000.

b)  $4,2 k = 4,2 \cdot 5\,000\,000 = 21\,000\,000 \text{ cm} = 210 \text{ km}$

7. Para calcular la altura de la torre utilizamos la proporción  $\frac{1,2}{0,80} = \frac{x}{16} \Rightarrow x = \frac{16 \cdot 1,2}{0,80} = 24 \text{ m}$

8. a)  $d = 1,12 \cdot 1\,500\,000 = 1\,680\,000 \text{ cm} = 16,8 \text{ km}$   
b) 1:3 000 000

9.  $\frac{40}{x} = \frac{60}{y} = \frac{80}{z} = \frac{90}{120} \Rightarrow x = \frac{40 \cdot 120}{90} = 53,3 \text{ m}$ ,  
 $y = \frac{60 \cdot 120}{90} = 80 \text{ m}$ ,  $z = \frac{80 \cdot 120}{90} = 106,6 \text{ m}$   
Necesita  $53,3 + 80 + 106,6 + 120 = 360 \text{ m}$  de alambre.

Otro método más directo para resolver el problema sería calcular el perímetro de la primera parcela, 270 m, y multiplicarlo por la razón de semejanza,  $\frac{120}{90}$ ; el resultado sería  $270 \cdot \frac{4}{3} = 360 \text{ m}$ .

10.  $k = \frac{1}{5\,000\,000} \Rightarrow S = k^2 \cdot 8\,650 \cdot 10^{10} \text{ cm}^2 = 3,46 \text{ cm}^2$