

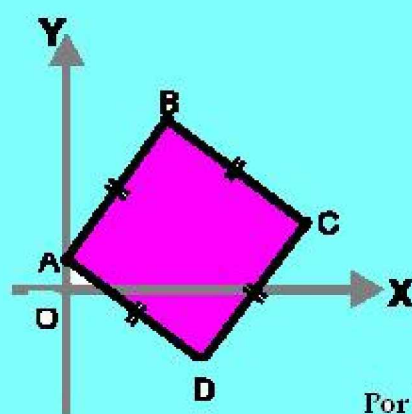
INICIACIÓN A LA GEOMETRÍA ANALÍTICA PLANA

1. a) Si dos vectores tienen la misma longitud, ¿podemos asegurar que son iguales? Razona la respuesta. Pon ejemplos
2. a) ¿Cuántos sentidos pueden existir en una dirección dada?
b) ¿Es posible que dos vectores tengan la misma dirección, punto de aplicación e intensidad y que sean distintos? Razona la respuesta. Pon ejemplos
3. a) Si las direcciones de dos vectores convergen ¿podrán ser iguales los vectores?
b) Dos vectores son paralelos y tienen la misma intensidad. ¿Han de ser iguales? Razona las respuestas. Pon ejemplos.
4. Dibuja en tu cuaderno tres vectores iguales y tres vectores distintos
5. a) Las componentes de un vector son 5 en el eje x y -4 en el eje y. ¿cuánto vale su intensidad (módulo)?
b) ¿Cuál de los siguientes vectores tiene mayor intensidad? (3,0); (2,1); (2,2); (3,2).
c) Demostrar que los puntos A (0, 1), B(3, 5), C(7, 2) y D(4, -2) son los vértices de un cuadrado

Solución

a) La intensidad o módulo del vector es: $|(5,4)| = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$

c) Se verifica:



$$\bullet \quad |\overline{AB}| = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\bullet \quad |\overline{BC}| = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

$$\bullet \quad |\overline{AD}| = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\bullet \quad |\overline{CD}| = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

$$\text{Como: } |\overline{AB}| = |\overline{BC}| = |\overline{AD}| = |\overline{CD}| = 5$$

Por tanto: ABCD es un cuadrado.

6. a) Dados los vectores (1,2) y (0,-3) ¿cuál es el resultado de su adición?
b) Con los vectores v(1,2); w(2,-1) y u(-1,1) realiza las sumas: $u + v + w$, $v + u + w$. ¿Qué observas?

Solución

b) $u + v + w = (2, 2)$; $v + u + w = (2, 2)$. Son iguales, la suma es conmutativa.

Comprueba el resultado gráficamente

7. a) ¿Cuál será el vector opuesto del vector (1, 2)?

Con los vectores del segundo ejercicio anterior, realiza las sustracciones

$u - v, v - u, u - w.$

8. Suma en tu cuaderno, de forma gráfica $(2,1)+(-1,1)+(-2,0).$

Realiza la suma anterior de forma analítica.

9. Dados los vectores $v(1,2)$ y $w(-2,1)$, ¿qué vector deberé sumar a $v + w$ para obtener el vector $(0,0)$?

Solución

El $(1, -3)$, pues tendrá que ser el opuesto de la suma $v + w = (-1, 3)$. Comprueba la afirmación haciendo la suma gráficamente

10 Dados el punto $P(1,-2)$ y el vector $v =(-1,3)$ obtener:

a) Las ecuaciones vectorial, continua, general y explícita de la recta r que pasa por P y tiene como dirección v .

b) Obtener tres puntos de la recta distintos de P .

c) Comprobar si los puntos $A(6,7)$, $B(2,-5)$ y $C(4,-1)$ son puntos de la recta r o no.

d) Representar la recta r .

Solución

a) $x = (x, y) = (-1, 2) + t (-1, 3)$ ecuación vectorial

$$\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3}$$

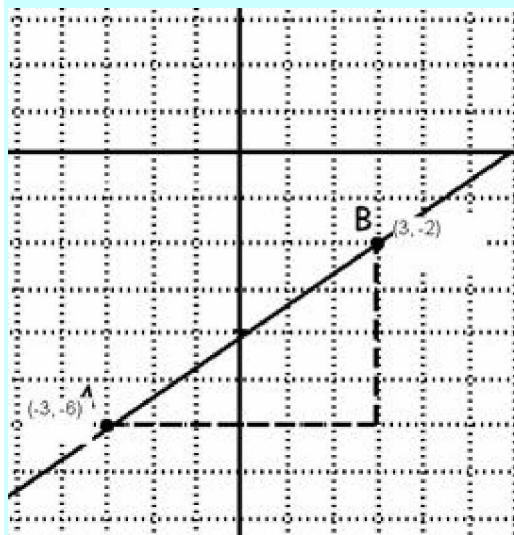
Eliminando el parámetro se llega a la ecuación continua:

De donde obtenemos la ecuación cartesiana: $3(x+1) = -(y-2) \Rightarrow 3x + y = -1$

Despejando obtenemos la ecuación explícita: $y = -3x - 1$

11. Halla gráficamente la pendiente de la recta que pasa por los puntos $A(-3, -6)$ y $B(3, -2)$ y escribe su ecuación.

Solución



La pendiente según se ve en la gráfica es

$$m = \frac{+4}{+6} = \frac{2}{3}$$

la ordenada en el origen es -4

y por tanto la ecuación es

$$y = \frac{2}{3}x - 4$$

12. Halla la pendiente de las rectas que pasan por los puntos:

a) (2, 3) y (-1, 0)

b) (3, 1) y (4, -5) . Solución $\frac{-5-1}{4-3} = -6$

13. Dibuja y halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos:

a) (2, 3) y (-1, 0); b) (3, 1) y (4, -5)

14. Hallar la ecuación de cada una de las siguientes rectas:

a) Pasa por el punto (0, 1) y tiene por pendiente 3

b) Pasa por el punto (0, 4) y tiene por pendiente 3/4

c) Pasa por el punto (-3, 3) y tiene por pendiente -4

15. Halla la pendiente de las rectas:

a) $y = -3x + 1$; b) $y = 2 - x$; c) $3x - 2y - 4 = 0$; d) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

16. a) Obtener la pendiente, la ordenada en el origen y la representación gráfica de la recta que pasa por los puntos P(1,2) y Q(5,-1).

b) Obtener la ecuación explícita y la general de la recta paralela a r que pasa por (0,-1).

Solución (Puede abordarse el problema de varias formas)

a) La ecuación de la recta que pasa por los puntos P y Q es $y = mx + n$, como pasa por P y Q

se verifica $\begin{cases} 2 = m + n \\ -1 = 5m + n \end{cases}$ que por reducción nos da pendiente $m = -3/4$, ordenada en el origen $n = 11/4$

La recta tiene por ecuación explícita $y = \frac{-3}{4}x + \frac{11}{4}$, y por cartesiana $3x + 4y = 11$

b) La ecuación explícita de la recta paralela que pasa por (0, -1) es $y = (-3/4)x - 1$ y la cartesiana

$3x + 4y = -4$, Comprobarlo y hacer la gráfica

17. a) Obtener la pendiente, la ordenada en el origen y la representación gráfica de la recta que pasa por los puntos P(3,4) y Q(2,1).

b) Obtener la ecuación punto-pendiente de la recta paralela a r que pasa por (0,-2).

18.. Dados los puntos A(1, -3), B(2, 0) y C(-4, 1) se pide:

a) Ecuación de la recta r que pasa por A y B.

b) Ecuación de la recta paralela a r que pasa por C.

Solución (se puede hacer de varias formas)

a) el vector AB tiene de coordenadas (2, 0)-(1, -3) = (1, 3), luego la ecuación de r es:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{3}$$

$$\frac{x+4}{1} = \frac{y-1}{3}$$

b) la paralela que pasa por C tiene por ecuación

19. Encontrar la ecuación de la recta r paralela a $2x-3y=4$ que pasa por el punto de intersección de las rectas s y t de ecuaciones $y=3x-1$, $x+2y=-3$

20. Encuentra la ecuación de la recta que tiene por dirección el vector $v(-1, 3)$ y pasa por el punto de corte de las rectas de ecuaciones $x+y=1$ y $2x-3y=0$

21. a) Calcular las coordenada del punto B de un segmento \overline{AB} , sabiendo que las coordenadas de A son (2, 6), y las del punto medio M son (4, 5)

b) Calcular la recta paralela a $2x+y-1=0$ que pasa por el punto A(1, 1)

Solución

a) El punto medio del segmento tiene por coordenadas: $(m_1, m_2) = \left(\frac{a_1+b_1}{2}, \frac{a_2+b_2}{2}\right)$, luego se tendrá $(4, 5) = \left(\frac{2+b_1}{2}, \frac{6+b_2}{2}\right)$, es decir tendremos que $8=2+b_1$, de donde $b_1=6$.

Análogamente $b_2=4$ (comprobarlo)

b) El haz de rectas paralelas es de la forma: $2x+y+c=0$ y como queremos la que pasa por el punto A(1, 1) $\Rightarrow 2.1+1+c=0$, $c=-3$