

# 13 Funciones polinómicas

- Dada la función  $f(x) = 2x - 4$ :
  - Calcula los valores:  $f(-2)$ ;  $f(1)$ ;  $f\left(\frac{5}{2}\right)$
  - Calcula en cada caso el valor de  $x$  tal que:  $f(x) = 0$ ;  $f(x) = -6$ ;  $f(x) = 2$ .
- Se considera la función polinómica de primer grado  $f(x) = 4x + k$ , de la que se sabe que su gráfica pasa por el punto de coordenadas  $A(2, 5)$ . ¿Cuál es el valor de  $k$ ? Representa dicha función calculando sus puntos de corte con los ejes cartesianos.
- La gráfica de una función es una recta que pasa por los puntos de coordenadas  $A(3, 8)$  y  $B(2, 5)$ . Halla la ecuación de la función y el ángulo que forma la recta con el semieje positivo  $OX$ .
- Dadas las funciones polinómicas de primer grado  $f(x) = 3x - 5$  y  $g(x) = \frac{4x}{3} + \frac{2}{5}$ :
  - ¿Por qué punto  $P$  pasan las gráficas de ambas funciones?
  - Represéntalas, determinando previamente sus puntos de corte con los ejes.
- Haz la representación gráfica de la parábola de ecuación  $f(x) = x^2 + 4x - 5$ , determinando previamente sus puntos de corte con los ejes y las coordenadas de su vértice  $V$ . Indica en qué intervalos los puntos de la gráfica tienen ordenada negativa.
- Halla la expresión de todas las funciones polinómicas de segundo grado que corten al eje de abscisas en  $x = -4$  y  $x = 6$ . ¿Cuál de esas funciones pasa por el punto  $P(5, 18)$ ? Represéntala, calculando previamente su punto de corte con el eje de ordenadas.
- Una parábola está definida a través de la función cuadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Se sabe que su gráfica pasa por los puntos  $A(1, 0)$ ,  $B(2, 6)$  y  $C(-2, -6)$ . Calcula el valor de los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $c$  para que eso ocurra y haz una representación gráfica aproximada de la misma.
- Un vendedor recibe dos ofertas de trabajo de una empresa:
 

Oferta A: 180 € de sueldo fijo y 1,50 € por cada unidad de producto vendido.

Oferta B: 210 € de sueldo fijo y 1 € por cada unidad de producto vendido.

  - Representa, en un mismo sistema de ejes, los ingresos  $I_A$  e  $I_B$ , colocando el número  $x$  de unidades vendidas en el eje de abscisas.
  - ¿Cuántas unidades debe vender para percibir los mismos ingresos en ambas ofertas? ¿A cuánto ascenderán en tal caso esos ingresos?
- Con un alambre de 40 cm de longitud se desea construir un rectángulo.
  - Halla el área  $S(x)$  de cada rectángulo construido en función de la medida  $x$  de uno de sus lados. ¿Cuál es el dominio de la función obtenida?
  - ¿Para qué valor de  $x$  se obtiene el rectángulo de mayor área?

# SOLUCIONES

1. a)  $f(-2) = 2 \cdot (-2) - 4 = -8$ ;  $f(1) = 2 \cdot 1 - 4 = -2$   
 $f\left(\frac{5}{2}\right) = 2 \cdot \frac{5}{2} - 4 = 1$
- b)  $f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$   
 $f(x) = -6 \Rightarrow 2x - 4 = -6 \Rightarrow x = -1$   
 $f(x) = 2 \Rightarrow 2x - 4 = 2 \Rightarrow x = 3$

2. Por ser A de la gráfica:  $f(2) = 5$ ;  $k = -3$   
 $f(x) = 4x - 3$

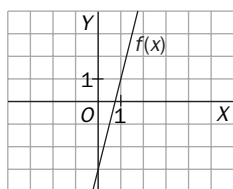
Puntos de corte con los ejes:

$$OX: 4x - 3 = 0$$

$$M\left(\frac{3}{4}, 0\right)$$

$$OY: 4 \cdot 0 - 3 = -3$$

$$N(0, -3)$$



3. La ecuación es  $y = ax + b$ , tal que:

$$\left. \begin{array}{l} 3a + b = 8 \\ 2a + b = 5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a = 3 \\ b = 1 \end{array} \left. \right\} f(x) = 3x - 1$$

La pendiente es  $m = 3$ ; el ángulo  $\alpha$  que forma con el semieje  $OX$  verifica:  $\tan \alpha = 3$ ;  $\alpha = 71^\circ 33' 54''$

4. a) Igualando ordenadas se tiene:

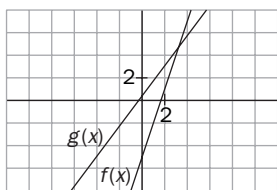
$$3x - 5 = \frac{4x}{3} + \frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{81}{25}; f\left(\frac{81}{25}\right) = \frac{118}{25}$$

El punto común es  $P\left(\frac{81}{25}, \frac{118}{25}\right)$

- b) Cortes con los ejes:

$$A_f\left(\frac{5}{3}, 0\right) \text{ y } B_f(0, -5)$$

$$A_g\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \text{ y } B_g\left(0, \frac{2}{5}\right)$$



5. Se trata de una parábola convexa.

Cortes con  $OX$ :

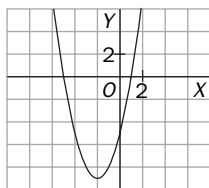
$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x_1 = -5 \text{ y } x_2 = 1$$

Corte con  $OY$ :  $f(0) = -5$

$$\text{Vértice: } x_v = \frac{-5 + 1}{2} = -2,$$

$$y_v = f(x_v) = -10, \text{ luego } V(-2, 10).$$



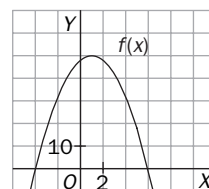
6. Son de la forma:  $f(x) = a(x + 4)(x - 6)$ ;  $a \neq 0$ .  
 La que pasa por el punto  $P(5, 18)$  es:

$$a(5 + 4)(5 - 6) = 18$$

$$a = -2$$

$$f(x) = -2(x + 4)(x - 6)$$

$$\text{Corte con } OY: f(0) = 48$$



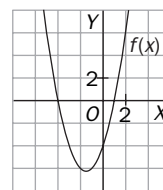
$$\text{Vértice de la parábola: } x_v = \frac{-4 + 6}{2} = 1,$$

$$y_v = f(1) = 50, \text{ luego } V(1, 50).$$

7. Como A es un punto de corte con  $OX$ , se tiene  $f(x) = ax^2 + bx + c = (x - 1)(Mx + N)$ . Por pasar por B y C:

$$\left. \begin{array}{l} f(2) = 6 \\ f(-2) = -6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2M + N = 6 \\ -3(-2M + N) = -6 \end{array} \left. \right\} \begin{array}{l} M = 1 \\ N = 4 \end{array}$$

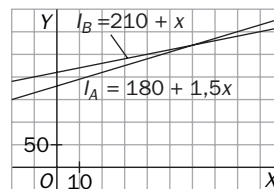
$$\text{luego } f(x) = (x - 1)(x + 4) = x^2 + 3x - 4$$



8. a) Funciones de ingresos:

$$I_A = 180 + 1,5x \text{ e } I_B = 210 + x$$

$$\text{b) } I_A = I_B: 180 + 1,5x = 210 + x \Rightarrow x = 60 \text{ unidades. En ese caso, } I_A = I_B = 270 \text{ €.}$$



9. a) Si  $x$  y  $y$  son las medidas de los lados del rectángulo, se tiene:

$$2x + 2y = 40 \Rightarrow y = 20 - x$$

y la función área es:

$S(x) = x(20 - x) = 20x - x^2$ , cuyo dominio, dada la naturaleza del problema, es el intervalo abierto  $(0, 20)$ .

- b) Siendo la función área la que corresponde a una parábola cóncava, su máximo valor corresponde al vértice de la misma, cuya abscisa es

$$x = \frac{20}{2 \cdot (-1)} = 10 \text{ cm.}$$