13 Funciones polinómicas

CRITERIOS	ACTIVIDADES
A. Identificar las funciones polinómicas lineales y cuadráticas con sus gráficas y los elementos que las definen.	1. Representa en un mismo sistema de ejes las siguientes funciones polinómicas, hallando en cada caso sus puntos de corte con los ejes: a) $y = -2x + 6$ b) $y = -x^2 - 2x + 3$ 2. Halla el vértice y el eje de simetría de las parábolas definidas mediante las funciones: a) $y = 1 - 2(x - 4)^2$ b) $y = (x + 1)^2 - 9$
B. Hallar los puntos de corte con los ejes de una función polinómica cualquiera.	3. Halla los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones: a) $y = x^3 - 3x + 2$ b) $y = x^4 - 4x^2$
C. Calcular los puntos de corte de dos gráficas analítica y gráficamente.	4. Halla las coordenadas de los puntos donde se cortan las gráficas de la recta $y = 1 - 2x$ y de la parábola $y = x^2 - 3x - 1$. Indica gráficamente la región del plano comprendida entre ambas gráficas.
D. Representar funciones polinómicas de grados 3 o 4 y localizar sus puntos extremos en casos sencillos.	5. Representa gráficamente la función $y = x^3 + x^2$, localiza los posibles máximos y mínimos de la función y calcula aproximadamente las coordenadas de dichos puntos.
E. Cálculo de dominios y recorridos de funciones polinómicas.	6. Halla el dominio y el recorrido de las siguientes funciones: a) $y = x^2 + x - 6$ b) $y = x^4 + 1$
F. Utilizar las funciones polinómicas en la resolución de problemas.	7. Halla dos números cuya suma sea 20 sabiendo que su producto es máximo.

SOLUCIONES

1. a) Se trata de una recta cuyos puntos de intersección con los ejes son:

$$(3,\ 0),\ (0,\ 6)$$

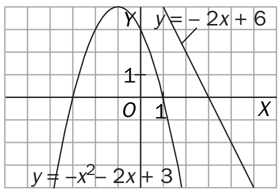
b) Es una parábola que corta a los ejes en los puntos: $(-3,\ 0)$, $(1,\ 0)$, $(0,\ 3)$

Su vértice está en el punto:

$$V(-2,\ 3)$$

Y es cóncava.

Representamos ambas funciones en un mismo sistema de ejes coordenados:



---

2. a) Vértice: $V(4,\ -1)$

Eje de simetría: $x = 4$

b) Vértice: $V(-1,\ -9)$

Eje de simetría: $x = -1$

---

3. a) Para $x = 0$, es $y = 2$.

Punto de corte con el eje OX: $(0,\ 2)$

Para $y = 0$, es $x^3 - 3x + 2 = 0$

Las raíces de esta ecuación son 1 y -2.

Puntos de corte con el eje OY: $(-2,\ 0)$, $(1,\ 0)$

b) Para $x = 0$, es $y = 0$.

Punto de corte con el eje OX: $(0,\ 0)$

Para $y = 0$, es $x^4 - 4x^2 = 0$; $x^2(x^2 - 4) = 0$

Las raíces de esta ecuación son 0, 2 y -2.

Puntos de corte con el eje OY: $(-2,\ 0)$, $(0,\ 0)$, $(2,\ 0)$

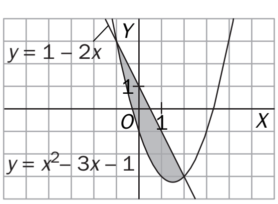
---

4. Se resuelve el sistema formado por las dos ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} y = 1 - 2x \\ y = x^2 - 3x - 1 \end{array}\right\} \quad \left\{\begin{array}{l} x = -1 \\ y = 3 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} x = 2 \\ y = -3 \end{array}\right.$$

Los puntos de corte de las dos funciones son:

$$(-1,\ 3),\ (2,\ -3)$$



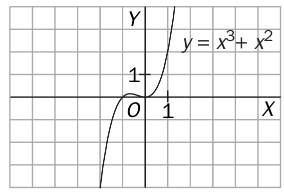
---

5. Puntos de corte con los ejes: $(-1,\ 0)$ y $(0,\ 0)$

Tabla de valores:

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	0	0	2	12

Se representa aproximadamente la función:



Máximo en el intervalo $(-1,\ 0)$ y mínimo en $x = 0$.

Coordenadas:

Máxima $(-0{,}6;\ 0{,}14)$

Mínima $(0,\ 0)$

---

6. a) Dominio: $\boldsymbol{R}$

Recorrido: $\left(-\dfrac{1}{2},\ +\infty\right)$

b) Dominio: $\boldsymbol{R}$

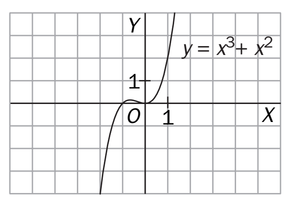
Recorrido: $(0,\ +\infty)$

---

7. Si x e y son los números, $y = 20 - x$.

El producto es $P(x) = x(20 - x) = 20x - x^2$.

Representamos la función $P(x)$:



que alcanza el máximo si $x = 10$.

Solución: los números son $x = y = 10$