

17 | Parámetros estadísticos

1. La siguiente serie da el número de espectadores, por intervalos, y de días de un cine a lo largo de un año:

Número de espectadores	[150, 170)	[170, 190)	[190, 210)	[210, 230)	[230, 250)	[250, 270)	[270, 290)
Número de días	12	30	88	135	63	17	20

- a) Halla la tabla de distribución de frecuencias y de frecuencias acumuladas.
 b) Calcula la media, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación.

2. A partir de la siguiente tabla de frecuencias:

Intervalos	[5, 15)	[15, 25)	[25, 35)	[35, 45)
Frecuencias	15	$2p$	p	5

- a) Calcula el valor de p si se sabe que la media es 21.
 b) Calcula la moda y la mediana.

3. Un estudio revela que en una determinada región, A , con 250 000 habitantes, el ingreso anual medio por persona es de 12 000 euros, mientras que en otra región, B , con 500 000 habitantes, el ingreso anual medio es de 15 000 euros.

- a) ¿Cuál es el ingreso anual total de cada región?
 b) Si consideramos la unión de las dos regiones, ¿cuál es el ingreso anual medio de dicha unión?

4. a) Considera la variable estadística X , que toma los valores: 5, 8, 9, 12, 15. Calcula su media y su desviación típica.
 b) Considera la variable $X + 3$ y calcula, para los nuevos datos, la media y la desviación típica. ¿Qué relación hay entre las medias y las desviaciones típicas de ambas variables, X y $X + 3$?
 c) Genera una nueva variable $2X$ y calcula, para los nuevos números, la media y la desviación típica. ¿Qué relación hay entre las medias y las desviaciones típicas de ambas variables, X y $2X$?

5. Al estudiar la distribución de la duración de un lote de bombillas, en horas, se obtuvieron los siguientes resultados:

Duración	[0, 20)	[20, 40)	[40, 60)	[60, 80)
N.º de bombillas	15		15	16

- a) ¿Cuál será el dato que falta si la duración media es de 35 horas?
 b) ¿Cuál sería la desviación típica si ese dato fuera 16?

6. De la distribución de una variable, sabemos que el recorrido es 20 y la distribución está dividida en 4 intervalos de amplitud constante. Las frecuencias de cada intervalo son, por orden, 6, 14, 20 y 10. La media aritmética es 10,9. Una vez hallada la distribución, calcula la desviación típica.

SOLUCIONES

1. a)

Intervalos	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[150, 170)	160	12	12	0,0328	0,0328
[170, 190)	180	30	42	0,0821	0,1149
[190, 210)	200	88	130	0,2410	0,3559
[210, 230)	220	135	265	0,3698	0,7257
[230, 250)	240	63	328	0,1726	0,8983
[250, 270)	260	17	345	0,0465	0,9448
[270, 290)	280	20	365	0,0547	1
		365		1	

$$b) \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^7 x_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^7 f_i} = 218,52$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^7 x_i^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^7 f_i} - \bar{x}^2 = 684,93$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^7 x_i^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^7 f_i} - \bar{x}^2} = 26,17$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{26,17}{218,52} = 0,12$$

2. a) $\bar{x} = 21 \frac{10 \cdot 15 + 20 \cdot 2p + 30 \cdot p + 40 \cdot 5}{15 + 2p + p + 5} =$
 $= \frac{350 + 70p}{20 + 3p}; 420 + 63p = 350 + 70p;$
 $7p = 70; p = 10$

b) La moda $M_o = 20$, marca de la clase modal, es decir, de la que tiene mayor frecuencia.

c) La mediana $M = 20$, marca de clase del primer intervalo cuya frecuencia acumulada, 35, supera el valor $\frac{n}{2} = 25$.

3. a) El ingreso anual de la región A es:
 $12\,000 \cdot 250\,000 = 3\,000\,000\,000$ de euros
 El ingreso anual de la región B es:
 $15\,000 \cdot 500\,000 = 7\,500\,000\,000$ de euros

b) El ingreso medio anual de la unión de ambas regiones es:

$$\frac{12\,000 \cdot 250\,000 + 15\,000 \cdot 500\,000}{250\,000 + 500\,000} =$$

$$= \frac{10\,750\,000\,000}{750\,000} = \frac{10\,750\,000\,000}{750\,000} =$$

$$= 14\,333,33 \text{ euros}$$

4. Resumimos los resultados en la siguiente tabla.

		\bar{x}	s
X	5, 8, 9, 12, 15	9,80	3,43
$X + 3$	8, 11, 12, 15, 18	$\frac{12,80}{= 9,80 + 3}$	3,43
$2X$	10, 16, 18, 24, 30	$\frac{19,60}{= 2 \cdot 9,80}$	$\frac{6,86}{= 2 \cdot 3,43}$

Se observa que la media aritmética sufre la misma transformación que los datos de la variable.

La desviación típica es invariante por transformaciones del tipo $x + a$, pero se ve afectada por transformaciones del tipo $x \cdot a$, en la misma medida que los datos de la variable.

5. a) $\bar{x} = 35 =$
 $= \frac{10 \cdot 15 + 30 \cdot x + 50 \cdot 15 + 70 \cdot 16}{15 + x + 15 + 16} =$
 $= \frac{2\,020 + 30x}{46 + x}; 1\,610 + 35x = 2\,020 + 30x$
 $5x = 410; x = 82$

b) $S =$
 $= \sqrt{\frac{10^2 \cdot 15 + 30^2 \cdot 16 + 50^2 \cdot 15 + 70^2 \cdot 16}{15 + 16 + 15 + 16} - \left(\frac{2\,500}{62}\right)^2} =$
 $= \sqrt{\frac{131\,800}{62} - \left(\frac{2\,500}{62}\right)^2} = 22,36$

6. Como el recorrido de la variable es 20, el número de intervalos es 4, y la amplitud es constante, cada intervalo tiene una amplitud 5. Sea x la marca de clase del primer intervalo; $x + 5$, $x + 10$ y $x + 15$ serán las restantes marcas de los sucesivos intervalos, así:
 $10,9 =$

$$= \frac{x \cdot 6 + (x + 5) \cdot 14 + (x + 10) \cdot 20 + (x + 15) \cdot 10}{50}$$

$$545 = 50x + 420; 50x = 125; x = 2,5$$

Por tanto, la distribución es:

Intervalos	Marcas	Frecuencia
[0, 5)	2,5	6
[5, 10)	7,5	14
[10, 15)	12,5	20
[15, 20)	17,5	10
		50

La desviación típica: $s =$
 $= \sqrt{\frac{2,5^2 \cdot 6 + 7,5^2 \cdot 14 + 12,5^2 \cdot 20 + 17,5^2 \cdot 10}{50} - 10,9^2} =$
 $= 4,63$