

18 | Técnicas de recuento

CRITERIOS

A. Distinguir las situaciones que se pueden asociar a permutaciones, variaciones, con o sin repetición, y combinaciones.

B. Aplicar las técnicas y estrategias de recuento para interpretar situaciones problemáticas y dominar el cálculo del número de posibilidades en cada caso.

C. Utilizar, de forma racional, los conceptos básicos de la unidad, la relación existente entre ellos y las propiedades de los números combinatorios para resolver ecuaciones y simplificar expresiones.

D. Plantear y resolver problemas diversos de particiones, ordenación y selecciones, mediante las técnicas de recuento.

ACTIVIDADES

- Indica, en cada caso, qué concepto hay que utilizar y calcula el número de:
 - Números de siete cifras que se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3 y 4.
 - Cantidades distintas, con tres billetes, que se pueden formar si disponemos de un billete de cada una de las siguientes cantidades: 5 €, 10 €, 20 €, 50 € y 100 €.
 - Palabras de 6 letras distintas que se pueden formar a partir de la palabra TEJADO. ¿Cuántas empiezan por J?

- Forma todos los números de tres cifras que se pueden formar con los dígitos 1, 2.
- Una cafetería ofrece para desayunar dos zumos: naranja o pomelo; tres bebidas calientes: café, infusión o chocolate; y para comer, tostada o churros. Calcula el número de desayunos posibles que incluyan un elemento de cada grupo.

- Calcula:
 - $\frac{V_{9,4}}{P_4}$
 - $\frac{C_{7,4}}{V_{7,4}}$
- Escribe en la forma $V_{n,p}$:
 - $37 \cdot 36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33$
 - $(n - 1)(n - 2)(n - 3)(n - 4)$
 - $(m + 2)(m + 1) \dots (n + 1) n(n - 1)$
- Resuelve:
 - $VR_{x,2} - V_{x,2} = -63$
 - $x! = 42(x - 2)!$

- Con 6 colores diferentes, ¿cuántas mezclas se pueden formar, si en cada mezcla intervienen, al menos, dos colores?
- Un alumno tiene que resolver tres ecuaciones y dos problemas de una selección de 7 de las primeras y 12 de los segundos. ¿De cuántas formas puede hacer la elección?
- Un número está escrito con cifras diferentes. Con ellas se pueden formar tantos números de dos cifras distintas como productos de tres factores diferentes pueden hacerse usando sus cifras. ¿Cuántas cifras tenía el número que nos dieron?

SOLUCIONES

1. a) Interviene el orden y solo disponemos de 4 dígitos para formar números de siete cifras. Son variaciones con repetición:

$$VR_{4,7} = 4^7 = 16\,384 \text{ números}$$

- b) No interviene el orden. Son combinaciones:

$$C_{5,3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10 \text{ cantidades}$$

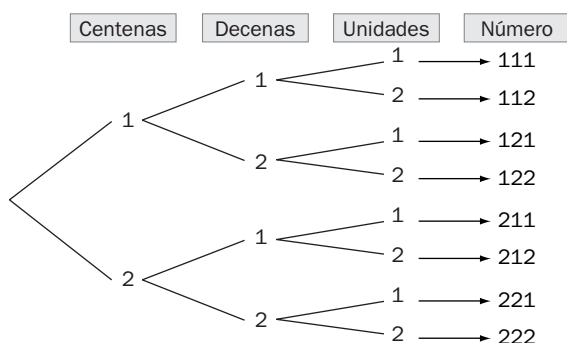
- c) Interviene el orden y en cada grupo se utilizan las 6 letras disponibles. Son permutaciones sin repetición:

$$P_6 = 720 \text{ palabras}$$

Empiezan por 5:

$$P_5 = 120 \text{ palabras}$$

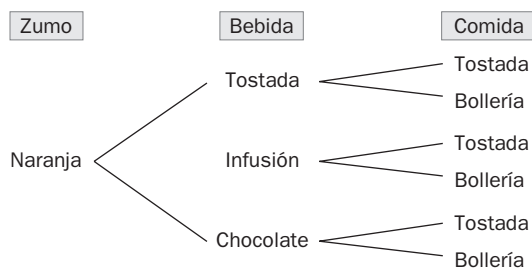
2. Formamos el siguiente diagrama en árbol:



3. Cada zumo se puede combinar con cada una de las tres bebidas y con cada una de las dos comidas; por tanto, el número de desayunos posibles es:

$$2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$$

Veamos el diagrama en árbol para un zumo:



4. a) $\frac{V_{9,4}}{P_4} = \frac{8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 126$

b) $\frac{C_{7,4}}{V_{7,4}} = \frac{P_4}{V_{7,4}} = \frac{1}{P_4} = \frac{1}{24}$

5. a) $37 \cdot 36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33 = V_{37,5}$

b) $(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) = V_{n-1,4}$

c) $(m+2)(m+1) \dots (n+1) n(n-1) = V_{m+2, m-n+4}$

6. a) $VR_{x,2} - 2V_{x,2} = -63; x^2 - 2x(x-1) = -63$
 $-x^2 + 2x = -63; x^2 - 2x - 63 = 0$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 252}}{2} = \frac{2 \pm 16}{2} =$$

$$= \begin{cases} 9 \\ -7, \text{ solución no válida} \end{cases}$$

b) $x! = 42(x-2)!; x(x-1)(x-2)! = 42(x-2)!$
 $x(x-1) = 42; x^2 - x - 42 = 0;$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 168}}{2} = \frac{1 \pm 13}{2} =$$

$$= \begin{cases} 7 \\ -6, \text{ solución no válida} \end{cases}$$

7. No interviene el orden, luego se trata de combinaciones:

$$C_{6,2} + C_{6,3} + C_{6,4} + C_{6,5} + C_{6,6} = 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 57$$

Se pueden formar 57 mezclas.

8. Con las 7 ecuaciones puede formar $C_{7,3}$ grupos de 3. Con los 12 problemas puede formar $C_{12,2}$ grupos de 2. Como cada grupo de ecuaciones se puede combinar con cada grupo de problemas, la solución es:

$$C_{7,3} \cdot C_{12,2} = 35 \cdot 66 = 2\,310 \text{ posibilidades}$$

9. Números de dos cifras distintas: $V_{n,2}$

Productos de tres cifras distintas: $C_{n,3}$

$$V_{n,2} = C_{n,3}; n(n-1) = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

$$n^3 - 9n^2 + 8n = 0, n(n^2 - 9n + 8) = 0, n = 0, n = 1, n = 8$$

Las soluciones $n = 0, n = 1$ no son válidas. Por tanto, el número de cifras del número inicial es 8.