18 Técnicas de recuento

1. El plato del día de un restaurante puede elegirse entre 4 primeros platos, 5 segundos platos y 7 postres. ¿Cuántos menús diferentes pueden confeccionarse?

2. Di cuántas permutaciones hay de los números 1, 2, 3 y 4, y escríbelas todas ordenadamente.

3. En una carrera intervienen 6 caballos. ¿De cuántas maneras diferentes pueden llegar a la línea de meta?

4. ¿De cuántas maneras distintas pueden sentarse 5 personas en un banco alargado?

5. Calcula:

a) $8 \cdot 7!$ b) $\dfrac{17!}{15!}$

6. Con la ayuda de un diagrama en árbol, escribe todas las variaciones de las letras A, B, C, D, tomadas dos a dos.

7. En una urna hay 9 bolas numeradas del 1 al 9. Sacamos dos bolas y anotamos los números en el orden que han salido. Calcula cuántos números de dos cifras pueden formarse si:

a) La segunda bola se extrae sin devolver la primera a la urna.

b) La segunda bola se extrae tras devolver la primera a la urna.

8. Los números de la Lotería Nacional (la que se juega los sábados) son de cinco cifras. ¿Cuántos números se ponen a la venta?

9. a) ¿Cuántos números hay de tres cifras?

b) ¿Y de tres cifras no repetidas?

10. En una liga de baloncesto escolar participan 12 equipos. Si todos juegan contra todos un partido en su campo y otro en el del contrario, ¿cuántos partidos se jugarán? Si cada semana se juegan seis partidos, ¿cuántas semanas durará la liga?

11. ¿Cuántas banderas tricolores horizontales pueden confeccionarse con telas de 7 colores diferentes?

12. Calcula el valor de los siguientes números combinatorios:

a) $\dbinom{9}{6}$ b) $\dbinom{15}{11}$ c) $\dbinom{7}{5}$

13. En un examen hay que contestar 6 preguntas entre 10 propuestas. ¿De cuántas maneras posibles pueden elegirse las 6 preguntas?

14. En un equipo de baloncesto hay 12 jugadores. ¿Cuántos equipos distintos pueden empezar a jugar?

15. Calcula el valor de:

a) $V_{6,4}$

b) $V_{15,7}$

16. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $C_{n,2} = 28$

b) $V_{n,4} = 20 \cdot V_{n,2}$

SOLUCIONES

1. Por el principio de multiplicación:

4 (primeros) · 5 (segundos) · 7 (postres) = 140

2.

1234	1243	1324	1342	1423	1432
2134	2143	2314	2341	2413	2431
3124	3142	3214	3241	3412	3421
4123	4132	4213	4231	4312	4321

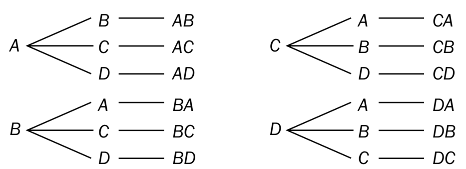
3. $P_6 = 6! = 720$.

4. $P_5 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$.

5. a) $8 \cdot 7! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 8! = 40\,320$

b) $\dfrac{17!}{15!} = \dfrac{17 \cdot 16 \cdot 15!}{15!} = 17 \cdot 16 = 272$

6.



En total hay $4 \cdot 3 = 12$ variaciones.

7. a) Como influye el orden, se trata de un problema de variaciones ordinarias.

Su número es $V_{9,2} = 9 \cdot 8 = 72$.

b) Como las bolas pueden repetirse, se trata de un problema de variaciones con repetición.

Su número es $VR_{9,2} = 9 \cdot 9 = 81$.

8. Es un problema de variaciones con repetición de 10 dígitos, tomados de 5 en 5.

Su número es: $VR_{10,5} = 10^5 = 100\,000$.

9. a) Cada cifra puede ser uno de los diez dígitos posibles y hay que quitar los números de dos cifras. En total: $VR_{10,3} - VR_{10,2} = 10^3 - 10^2 = 900$.

Los números varían entre 100 y 999.

b) $V_{10,3} - V_{9,2} = 10 \cdot 9 \cdot 8 - 9 \cdot 8 =$
$= 720 - 72 = 648$

10. Si un equipo es A y otro B, los partidos A contra B (en el campo de A: AB) y B contra A (en el campo de B: BA) son distintos; luego es un problema de variaciones de 12 equipos tomados de dos en dos: $V_{12,2} = 12 \cdot 11 = 132$.

La liga durará $\dfrac{132}{6} = 22$ semanas.

11. La distinta ordenación de los colores hace variar la bandera, como puede verse.

amarillo	blanco
verde	amarillo
blanco	verde

Por tanto, se trata de un problema de variaciones de 7 telas, tomadas de 3 en 3: $V_{7,3} = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ banderas diferentes.

12. a) $\dbinom{9}{6} = \dfrac{9!}{6! \cdot (9-6)!} = \dfrac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} =$
$= \dfrac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2} = 84$

b) $\dbinom{15}{11} = \dfrac{15!}{11! \cdot (15-11)!} =$
$= \dfrac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11!}{11! \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 15 \cdot 7 \cdot 13 = 1\,365$

c) $\dbinom{7}{5} = \dfrac{7!}{5!(7-5)!} = \dfrac{7 \cdot 6}{2} = 21$

13. Lo que importa son las 6 preguntas elegidas, no el orden en que se eligen o contestan. Por tanto, se trata de un problema de combinaciones de 10 preguntas, elegidas de 6 en 6. Su número es:

$C_{10,6} = \dbinom{10}{6} = \dfrac{10!}{6! \cdot (10-6)!} =$
$= \dfrac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 210$

14. Lo que importan son los cinco jugadores elegidos, no el orden en el que son elegidos. Por tanto, se trata de un problema de combinaciones de 12 jugadores tomados de 5 en 5. Su número es:

$C_{12,5} = \dbinom{12}{5} = \dfrac{12!}{5! \cdot 7!} =$
$= \dfrac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 7!} = 11 \cdot 9 \cdot 8 = 792$

15. a) $V_{6,4} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$

b) $V_{15,7} = 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 =$
$= 32\,432\,400$

16. a) $\dbinom{n}{2} = \dfrac{n(n-1)}{2} = 28 \Rightarrow n(n-1) = 56 \Rightarrow$
$\Rightarrow n^2 - n - 56 = 0 \Rightarrow n = 8,\ n = -7$.

La solución válida es $n = 8$.

b) $n(n-1)(n-2)(n-3) = 20n(n-1) \Rightarrow$
$\Rightarrow (n-2)(n-3) = 20 \Rightarrow n^2 - 5n - 14 = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow n = 7,\ n = -2$.

La solución válida es $n = 7$.