RADICALES:

4º Educación Secundaria Obligatoria

Opción B

Son expresiones de la forma:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Donde:

"a" es el radicando.
"n" es el índice.
"m" es el exponente.

Además la **propiedad fundamental de los radicales** nos dice que si multiplicamos o dividimos el índice y el exponente de una misma expresión por el mismo número, seguimos teniendo el mismo radical.

MULTIPLICACIÓN // DIVISIÓN DE RADICALES:

Para multiplicar y dividir radicales es necesario que tengan el mismo índice; si esto no ocurre debemos reducir a índice común.

$$\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{b^r} = \sqrt[n]{a^m \cdot b^r}$$

INTRODUCCIÓN Y EXTRACCIÓN DE FACTORES EN UN RADICAL

$$a^m \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{b\,(a^m)^n}$$

$$\sqrt[n]{a^m} \Rightarrow \begin{array}{r|l} m & n \\ \cline{2-2} r & c \end{array} \Rightarrow a^c \sqrt[n]{a^r}$$

ADICCIÓN // SUSTRACCIÓN DE RADICALES

Para sumar o restar radicales es necesario que sean semejantes, es decir, que tengan el mismo índice y el mismo radicando. Cuando los radicales son semejantes, solo es necesario sumar sus respectivos coeficientes.

$$b\sqrt{a^n} + c\sqrt{a^n} = (b+c)\cdot\sqrt{a^n}$$

POTENCIA DE UN RADICAL

$$\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^r = \sqrt[n]{a^{m \cdot r}}$$

$$\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^r = a^{\frac{m \cdot r}{n}}$$

RAIZ DE UN RADICAL

$$\sqrt[p]{\sqrt[n]{a^m}} = \sqrt[p \cdot n]{a^m}$$

$$\sqrt[p]{a^{\frac{m}{n}}} = a^{\frac{m}{n \cdot p}}$$

	OPERACIÓN	POTENCIAS	PROPIEDADES		RAÍCES
Primer Caso	Producto	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	Misma base distinto exponente	Se pone la misma base y se suman los exponentes	$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{n}}\cdot a^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}} = a^{\frac{m+n}{n\cdot m}} = \sqrt[n\cdot m]{a^{m+n}}$ (*) Esto siempre que m.c.m.(n,m) = n·m, en caso contrario donde aparece n·m se pondría el m.c.m. y se procedería a sumar las dos fracciones
	Cociente	$a^n : a^m = a^{n-m}$	Misma base distinto exponente	Se pone la misma base y se restan los exponentes	$\sqrt[n]{a} : \sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{n}} : a^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{n}-\frac{1}{m}} = a^{\frac{m-n}{n\cdot m}} = \sqrt[n\cdot m]{a^{m-n}}$
Segundo Caso	Producto	$a^n \cdot b^n = (a\cdot b)^n$	Mismo exponente y distinta base	Se pone el mismo exponente y se multiplican las bases	$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b} = a^{\frac{1}{n}}\cdot b^{\frac{1}{n}} = (a\cdot b)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a\cdot b}$
	Cociente	$a^n : b^n = (a : b)$	Mismo exponente y distinta base	Se pone el mismo exponente y se dividen las bases	$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = a^{\frac{1}{n}} : b^{\frac{1}{n}} = (a : b)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a : b}$
Tercer Caso	Producto/ Cociente	Solo se puede resolver	Distinto exponente y distinta base	Se consigue primero el mismo exponente como en el primer caso y luego se procede como en el paso anterior	

EJEMPLOS

Primer Caso	Producto	$\sqrt[4]{5}\cdot\sqrt[7]{5} = 5^{\frac{1}{4}}\cdot 5^{\frac{1}{7}} = 5^{\frac{7}{28}}\cdot 5^{\frac{4}{28}} = 5^{\frac{7}{28}+\frac{4}{28}} = 5^{\frac{11}{28}} = \sqrt[28]{5^{11}}$
	Cociente	Idem pero restando
Segundo Caso	Producto	$\sqrt[5]{6}\cdot\sqrt[5]{4} = 6^{\frac{1}{5}}\cdot 4^{\frac{1}{5}} = (6\cdot 4)^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{6\cdot 4}$
	Cociente	Idem pero dividiendo
Tercer Caso	Producto	$\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[8]{2} = \sqrt[8]{3^2}\cdot\sqrt[8]{2} = \sqrt[8]{3^2\cdot 2}$

Operaciones con potencias y radicales

* Realiza:

$$\left(\tfrac{5}{7}\right)^{-6}\bullet\left(\tfrac{5}{7}\right)^{-21}\bullet\left(\tfrac{5}{7}\right)^{\frac{2}{9}}:\left(\tfrac{5}{7}\right)=$$

$$\left(\tfrac{5}{7}\bullet 5^{3}\bullet\left(\tfrac{7}{15}\right)^{2}\bullet(-65)^{3}:(-7)^{5}\right)^{-21}=$$

$$\left[\left(\tfrac{3}{7}+8\right)^{4}\bullet(76-98)^{3}:\left(-4+\tfrac{3}{7}-7\right)^{-5}\right]^{4}=$$

$$\left[\left(\tfrac{3}{7}+\tfrac{7}{3}\right)^{2}-\left(\tfrac{6}{5}-\tfrac{5}{6}\right)^{3}+\left(\tfrac{7}{9}\right)^{-1}\right]^{2}=$$

* Si $\sqrt[5]{2}\bullet\sqrt[5]{5}\bullet\sqrt[5]{7}=\sqrt[5]{2\bullet 5\bullet 7}$, realiza:

$a)\sqrt[7]{7}\bullet\sqrt[7]{16}\bullet\sqrt[7]{17}=$

$b)\sqrt[17]{\tfrac{2}{9}}\bullet\sqrt[17]{54}\bullet\sqrt[17]{\tfrac{3}{7}}=$

$c)\sqrt[7]{31}\bullet\sqrt[7]{-75}\bullet\sqrt[7]{-\tfrac{5}{7}}=$

* Ahora realiza el mismo ejercicio pero con divisiones.

* Si $\sqrt[7]{5}\bullet\sqrt[3]{5}\bullet\sqrt[4]{5}=5^{\frac{1}{7}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}=5^{\frac{12+28+21}{84}}=5^{\frac{61}{84}}=\sqrt[84]{5^{61}}$ realiza:

$a)\sqrt[5]{3}\bullet\sqrt[7]{3}\bullet\sqrt[2]{3}=$ $\qquad$ $b)\sqrt[2]{4}\bullet\sqrt[5]{4}\bullet\sqrt[3]{4}=$

$c)\sqrt{15}\bullet\sqrt[3]{15}\bullet\sqrt[8]{15}=$ $\qquad$ $d)\sqrt[5]{-3}\bullet\sqrt{-3}\bullet\sqrt[7]{-3}=$

$e)\sqrt[5]{\tfrac{2}{3}}\bullet\sqrt{\tfrac{2}{3}}\bullet\sqrt[6]{\tfrac{2}{3}}=$ $\qquad$ $f)\sqrt[3]{-\tfrac{5}{2}}\bullet\sqrt[4]{-\tfrac{5}{2}}\bullet\sqrt{-\tfrac{5}{2}}=$

* Realiza ahora el mismo ejercicio pero con divisiones.

¡Recuerda que con las divisiones los exponentes se restan!

1.- Expresa en forma de potencias los siguientes radicales:

$a)\sqrt{7}$ $\quad b)\sqrt[5]{8}$ $\quad c)\sqrt[3]{7^{2}}$ $\quad d)\sqrt[4]{56^{5}}$ $\quad d)\sqrt{5^{9}}$ $\quad e)\sqrt[c]{a^{b}}$ $\quad f)\sqrt{x^{6}}$ $\quad g)\sqrt[7]{\dfrac{2}{5}}$ $\quad h)\dfrac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{14}}$

2.- Expresa en forma de radicales las siguientes potencias:

$a)5^{\frac{2}{3}}$ $\quad b)x^{\frac{1}{2}}$ $\quad c)\left(4^{3}\right)^{\frac{1}{5}}$ $\quad d)a^{\frac{-b}{c}}$ $\quad e)\left(6^{-3}\right)^{\frac{4}{5}}$

3.- Realiza las siguientes operaciones:

$a)\sqrt{2}\cdot\sqrt{7}$ $\quad b)\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$ $\quad c)\sqrt[5]{a}\cdot\sqrt[5]{b}$ $\quad d)\dfrac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$ $\quad e)\sqrt{6}\cdot\sqrt[3]{5}$ $\quad f)\dfrac{\sqrt[4]{7}}{\sqrt[5]{8}}$ $\quad g)\sqrt[3]{\sqrt{64}}$

4.- Realiza las siguientes sumas y restas de radicales:

$a)4\sqrt{27}-5\sqrt{12}+\sqrt{3}$ $\qquad b)2\sqrt[3]{81}+\dfrac{1}{3}\sqrt[3]{3}-\dfrac{2}{5}\sqrt[3]{24}$

5.- Extrae factores fuera del radical:

$a)\sqrt{16a^{3}}$ $\quad b)\sqrt[3]{250}$ $\quad c)\sqrt[4]{1620000}$

6.- Introduce dentro del radical los siguientes factores:

$a)3x\sqrt{2}$ $\quad b)5\sqrt[3]{6}$ $\quad c)8\sqrt[7]{8^{4}}$ $\quad d)2ab\sqrt[7]{b^{5}}$

7.- Calcula si es posible, el valor de las siguientes expresiones:

$a)4^{\frac{1}{2}}$ $\quad b)-4^{\frac{1}{2}}$ $\quad c)(-4)^{\frac{1}{2}}$ $\quad d)(-8)^{\frac{1}{3}}$ $\quad e)0^{\frac{1}{3}}$

8.- Escribe como radical las siguientes potencias:

$a)2^{\frac{1}{2}}$ $b)a^{\frac{3}{5}}$ $c)2x^{\frac{3}{5}}$ $d)(8x)^{\frac{1}{3}}$ $e)-3^{\frac{1}{2}}$ $f)(a^2+b^2)^{\frac{1}{2}}$

$g)(a^2-b^2)^{\frac{1}{2}}$ $h)(2x^3y)^{\frac{2}{5}}$ $i)(-8)^{\frac{1}{5}}$ $j)5^{\frac{1}{3}}$ $k)-9^{\frac{5}{2}}$

9.- Escribe como potencia los siguientes radicales:

$a)\sqrt[3]{x}$ $b)\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ $c)\sqrt[3]{6xy}$ $d)4\sqrt[3]{x^2}$

10.- Saca fuera del radical los factores que puedas. Procura descomponer el número en producto de factores, de modo que uno de ellos o varios sean cuadrados o cubos perfectos.

$a)\sqrt{300}$ $b)\sqrt{75}$ $c)\sqrt[3]{8\cdot 7}$

11- Introduce factores dentro del radical:

$a)6\sqrt{2}$ $b)2\sqrt[3]{6}$ $c)4\sqrt[4]{7}$ $d)2\sqrt[5]{5}$

12.- Simplifica los radicales:

$a)\sqrt{12x^3y^5z^2}$ $b)\sqrt[3]{\frac{8x^4}{81y^6}}$ $c)\sqrt[3]{-16x^4y^9}$

13.- Efectúa las operaciones indicadas reduciendo a índice común si fuera preciso:

$a)\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt{2}$ $b)\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}}$ $c)\sqrt[4]{\frac{\sqrt[3]{x^3}}{y^2}}\cdot\sqrt{\frac{\sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x^2}}}$

14.- Efectúa y simplifica:

$a)\sqrt[4]{\frac{x^9y^7}{xy^3}}$ $b)\sqrt[4]{x^{12}y^5}$ $c)\frac{\sqrt{3xy^3}\cdot\sqrt{2x^2y}}{\sqrt{6x^3y^4}}$ $d)\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{x}}}$

15.- Analiza si son falsas o ciertas las siguientes igualdades.

$a)a^3+a^2=a^5$ $b)6^3-2^3=4^3$ $c)a^x\cdot b^y=(ab)^{xy}$

$d)\frac{3a^{-2}b^{-2}}{a^{-2}b^{-3}}=3b$ $e)\frac{a}{b^{-1}}-\frac{b}{a^{-1}}=0$

16.- Efectúa las siguientes operaciones:

$a)a^7:a^{-3}$ $b)(2a^{-1})^{-2}$ $c)x^{-2}\cdot x^{-4}$ $d)(x+2y)^2$ $e)(x+2y)^{-2}$

$f)\frac{y^0+2}{3+x^0}$ $g)(a^{-2}\cdot b^{-3})^{-2}$ $h)((x-y)^{-2})^{-1}$ $i)((x+y)^{-1})^{-2}$

17.- Analiza si son ciertas o falsas estas igualdades:

$a)\sqrt{a-b}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$ $b)(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2=1$

$c)\sqrt[3]{\sqrt{a}}=\sqrt[5]{a}$ $d)\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2$ $e)\sqrt{a^2+b^2}=a+b$

18.- Expresa las potencias como raíces y las raíces como potencias:

$a)\sqrt{\sqrt{x^2}}$ $b)(x^{-2}+y)^{\frac{1}{3}}$ $c)\sqrt{a+b^2}$ $d)(x+y)^{\frac{2}{5}}$ $e)3x^{-12}$

$f)\sqrt[3]{x^2}$ $g)6x^{-\frac{1}{3}}y^{-\frac{1}{2}}$ $h)\sqrt[3]{\sqrt{18}}$ $i)(3^2)^{\frac{1}{3}}$

19.- Extrae los factores fuera del radical:

$a)\sqrt{16a^3}$ $b)\sqrt{24x^3y^2}$ $c)\sqrt{27x^4y^2z^3}$ $d)\sqrt{8x^2y^3}$

20.- Racionaliza las siguientes fracciones:

$a)\frac{6}{\sqrt{2}}$ $b)\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ $c)\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

21.- Efectúa y simplifica:

$a)4\sqrt{27}-5\sqrt{12}+\sqrt{3}$

$b)2\sqrt[3]{81}+\frac{1}{3}\sqrt[3]{3}-\frac{2}{5}\sqrt[3]{24}$

$c)\frac{1}{2}\sqrt{8}-\sqrt[4]{4}+\sqrt{\frac{2}{25}}$

$d)2\sqrt{\frac{3}{4}}-\sqrt{27}+\frac{1}{4}\sqrt{12}-3\sqrt{\frac{75}{9}}$