

6 Ecuaciones y sistemas

1. Escribe con la incógnita adecuada los siguientes datos:

- Dos números cuya diferencia es 23.
- Un número más su cuadrado.
- Un número es igual a su triple menos 12.
- Tres números, cada uno el triple que el anterior, que sumen 169.

2. Resuelve las ecuaciones planteadas en los apartados c y d del ejercicio anterior.

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- | | |
|-------------------------|----------------------------------|
| a) $4x - 2 = 2x + 8$ | c) $15 - x = -7 - 2x$ |
| b) $7x + 36 = -3x - 14$ | d) $3x - 7 - 6x = 14x - 39 - 9x$ |

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $2(x - 3) - (3x - 6) = 4(x + 5)$ | c) $3x - 3(2 + 5x) = 3(1 - 4x)$ |
| b) $2x - 3(5 - 2x) = 5 - 5(x + 4)$ | d) $-4(1 - 2x) - 3 = 2(4x - 5) + 3$ |

5. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- | | |
|------------------------------|---|
| a) $x - \frac{x}{3} = 1$ | c) $x - 1 - \frac{2x + 1}{5} = -3$ |
| b) $x - \frac{x - 1}{2} = 2$ | d) $\frac{x - 2}{3} + \frac{3x - 2}{5} = 1 - x$ |

6. La base de un rectángulo es doble que su altura. Halla sus dimensiones sabiendo que su perímetro vale 30 cm. ¿Cuál es su área?

7. Una madre tiene cuatro veces la edad de su hija. Si hace 4 años la madre tenía seis veces la edad de la hija, ¿cuántos años tiene cada una?

8. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|--------------------------|
| a) $100x + 20x^2 = 0$ | c) $x^2 + 4 = 0$ | e) $-2x^2 + 5x = -12$ | g) $6x^2 - 13x + 10 = 0$ |
| b) $x^2 - 81 = 0$ | d) $x^2 - 6x + 9 = 0$ | f) $5x^2 - 2x - 3 = 0$ | h) $6x^2 - x - 1 = 0$ |

9. Escribe las ecuaciones completas que tienen por solución:

- | | |
|--------------------|--------------------------|
| a) $x = 2, x = 6$ | c) $x = 0, x = -2$ |
| b) $x = -1, x = 4$ | d) $x = 1, \text{doble}$ |

10. La base de un rectángulo mide 2 cm más que su altura. Si su área vale 195 cm^2 , halla sus dimensiones.

11. Los lados de un cuadrado de lado x se alargan para formar un rectángulo. Un lado se alarga 4 cm, y otro, 8 cm. Si el área del rectángulo es de 140 cm^2 , ¿cuánto medía el cuadrado original?

12. Resuelve los siguientes sistemas:

- | | | |
|--|--|---|
| a) $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 3y = -2 \end{cases}$ | c) $\begin{cases} 2x + 5y = 0 \\ 3x + 3y = -1 \end{cases}$ | e) $\begin{cases} x - y = -8 \\ x^2 + y^2 = 50 \end{cases}$ |
| b) $\begin{cases} -3x + 4y = 12 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$ | d) $\begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ -4x + 10y = -1 \end{cases}$ | f) $\begin{cases} 2x + y = 10 \\ xy = 12 \end{cases}$ |

13. Una persona tiene 12 euros en monedas de 1 € y de 0,20 €. Si en total lleva 36 monedas, ¿cuántas lleva de cada clase?

SOLUCIONES

1. a) $x; x - 23$ c) $x = 3x - 12$
 b) $x + x^2$ d) $x + 3x + 9x = 169$

2. Ecuación del apartado c: $x = 6$
 Ecuación del apartado d: $x = 13$

3. a) $x = 5$ c) $x = -22$
 b) $x = -5$ d) $x = 4$

4. a) $x = -4$
 b) $x = 0$
 c) Es incompatible.
 d) La ecuación se cumple para cualquier valor de x .

5. a) $x = \frac{3}{2}$ b) $x = 3$ c) $x = -3$ d) $x = \frac{31}{29}$

6. Base = x ; altura = $\frac{x}{2}$; perímetro = $2x + 2 \cdot \frac{x}{2}$

$$2x + 2 \cdot \frac{x}{2} = 30 \Rightarrow 3x = 30 \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = 10 \cdot 5 = 50 \text{ cm}^2$$

7. Edades actuales: hija: x ; madre: $4x$
 Hace 4 años: hija: $x - 4$; madre: $4x - 4$.
 Relación hace 4 años: $4x - 4 = 6(x - 4) \Rightarrow$
 $\Rightarrow 4x - 4 = 6x - 24 \Rightarrow -2x = -20 \Rightarrow x = 10$.
 La hija tiene 10 años; su madre, 40.

8. a) $x = 0; x = -5$ e) $x = 4; x = \frac{-3}{2}$
 b) $x = 9; x = -9$ f) $x = 1; x = \frac{-3}{5}$
 c) No tiene solución. g) No tiene solución
 d) $x = 3$. Solución doble. h) $x = \frac{1}{2}; x = \frac{-1}{3}$

9. a) $x^2 - 8x + 12 = 0$ c) $x^2 + 2x = 0$
 b) $x^2 - 3x - 4 = 0$ d) $x^2 - 2x + 1 = 0$

10. Base: x ; altura: $x - 2$; área = $x \cdot (x - 2) = x^2 - 2x$
 $x^2 - 2x = 195 \Rightarrow x = 15; x = -13$
 La solución válida es $x = 15$ cm.
 Las dimensiones del rectángulo son 15 y 13 cm.

11. Lado del cuadrado: x ; los lados del rectángulo miden: $L_1 = x + 4; L_2 = x + 8 \Rightarrow$
 $\Rightarrow A_R: (x + 4) \cdot (x + 8) = 140 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^2 + 12x - 108 = 0 \Rightarrow x = 6; x = -18$
 La solución válida es $x = 6$.

12. a) Por sustitución:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 3y = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x = -2 - 3y \end{cases} \Rightarrow$$

 $\Rightarrow 3(-2 - 3y) - 2y = 5 \Rightarrow y = -1$
 Sustituyendo: $x = -2 + 3 = 1$.

b) Por sustitución:

$$\begin{cases} -3x + 4y = 12 \\ x + 3y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x + 4y = 12 \\ x = 9 - 3y \end{cases} \Rightarrow$$

 $\Rightarrow -3(9 - 3y) + 4y = 12 \Rightarrow y = 3$
 Sustituyendo: $x = 9 - 9 = 0$.

c) Por reducción:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 0 \\ 3x + 3y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} (\cdot 3) \\ (\cdot 2) \end{matrix} \begin{cases} 6x + 15y = 0 \\ 6x + 6y = -2 \end{cases}$$

 Restando: $0x + 9y = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{9}$
 Sustituyendo: $x = -\frac{5}{9}$.

d) Por reducción:

$$\begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ -4x + 10y = -1 \end{cases} \Rightarrow (\cdot 2) \begin{cases} 4x - 10y = 2 \\ -4x + 10y = -1 \end{cases}$$

 Sumando: $0x + 0y = 1 \Rightarrow 0 = 1$
 El sistema es incompatible.

e) Por sustitución:

$$\begin{cases} x - y = -8 \\ x^2 + y^2 = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 8 \\ (y - 8)^2 + y^2 = 50 \end{cases} \Rightarrow$$

 $\Rightarrow y^2 - 8y + 7 = 0 \Rightarrow y = 1; y = 7$
 Sustituyendo en la primera ecuación:
 $y = 1 \Rightarrow x = -7; y = 7 \Rightarrow x = -1$

f) Por sustitución:

$$\begin{cases} 2x + y = 10 \\ xy = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\left(\frac{12}{y}\right) + y = 10 \\ x = \frac{12}{y} \end{cases} \Rightarrow$$

 $\Rightarrow y^2 - 10y + 24 = 0 \Rightarrow y = 6; y = 4$
 Sustituyendo en la ecuación despejada:
 $y = 6 \Rightarrow x = 2; y = 4 \Rightarrow x = 3$

13. Monedas de 1 €: x ; monedas de 0,20 €: y
 Se cumplen: $x + 0,20y = 12$
 $x + y = 36$
 Por reducción: $0,20y - y = 12 - 36 \Rightarrow y = 30$
 Sustituyendo en la segunda ecuación: $\Rightarrow x = 6$.
 Lleva 6 monedas de 1 € y 30 de 0,20 €.