

6 Ecuaciones y sistemas

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a) $3x = 14 - 4x$
- b) $3x + 2x + 4 = 5x + 17$
- c) $20 - 3x - 2 = 8x - 4$
- d) $5x + 1 - 7x = -12 + 3x - 6$

2. Escribe con la incógnita adecuada los siguientes datos:

- a) Tres números cuya suma sea 600.
- b) Tres números consecutivos cuya suma sea 600.
- c) La suma de dos números múltiplos de 3 es 225.
- d) Dos números múltiplos de 3 consecutivos suman 225.

3. Resuelve las ecuaciones planteadas en los apartados b y d del ejercicio anterior.

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a) $\frac{2x}{3} - \frac{3x+1}{2} = -(2x-1)$
- b) $3(2x-1) - \frac{1-3x}{5} = x - \frac{x}{2}$
- c) $-x + \frac{x-3}{2} = 5 + \frac{4-3x}{5}$
- d) $\frac{x+4}{2} - \frac{3x-4}{3} = \frac{1-x}{4} - 3$

5. La altura de un rectángulo es la tercera parte de su base. Halla sus dimensiones sabiendo que su perímetro vale 32 cm. ¿Cuál es su área?

6. En un grupo de 120 personas hay igual número de matrimonios que de personas solteras, siendo el número de mujeres $\frac{5}{7}$ del de hombres. Calcula cuántos hombres y mujeres hay, y cuántos casados y solteros.

7. Le resto 5 unidades a un número y me da lo mismo que si lo divido por 5. ¿De qué número se trata?

8. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

- a) $4x^2 + 20 = 0$
- b) $2x^2 - 72 = 0$
- c) $-x^2 + 4 = 0$
- d) $16x^2 - 1 = 0$
- e) $x^2 + 4x + 4 = 0$
- f) $(x+3)(x-4) = -6$
- g) $3x^2 + 5x = x^2 + 3x + 12$
- h) $4x^2 - 4x - 3 = 0$

9. Escribe, cuando se pueda, las ecuaciones anteriores como producto de factores.

10. En la ecuación $4x^2 + 3x + m = 0$, calcula m para que una de las raíces sea 4. ¿Cuánto valdrá la otra raíz?

11. Resuelve los siguientes sistemas:

- a) $\begin{cases} 3x + 4y = 25 \\ x + 3y = 25 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} 2x + 4y = -3 \\ 5x - 2y = 9 \end{cases}$
- c) $\begin{cases} -x + 2y = 4 \\ 2x - 4y = -8 \end{cases}$
- d) $\begin{cases} 3x + 4y = -1 \\ 9x + 12y = 3 \end{cases}$

12. Descompón 22 en dos sumandos tales que además la suma de sus cuadrados sea 314.

SOLUCIONES

1. a) $x = 2$
 b) La ecuación propuesta es incompatible.
 c) $x = 2$
 d) $x = \frac{19}{5}$

2. a) $x + y + z = 600$
 b) Los números serán: x , $x + 1$ y $x + 2$. Su suma:
 $x + (x + 1) + (x + 2) = 600$
 c) $3x + 3y = 225$
 d) $3x + 3(x + 1) = 225$

3. Ecuación b: $x + (x + 1) + (x + 2) = 600 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 3x + 3 = 600 \Rightarrow 3x = 600 - 3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 3x = 597 \Rightarrow x = \frac{597}{3} = 199.$

Los números son: 199, 200 y 201.

Ecuación d: $3x + 3(x + 1) = 225 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 6x + 3 = 225 \Rightarrow 6x = 225 - 3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 6x = 222 \Rightarrow x = \frac{222}{6} = 37.$

Los números son: $3 \cdot 37$ y $3 \cdot 38 \rightarrow 111$ y $114.$

4. a) $x = \frac{9}{7}$
 b) $x = \frac{32}{61}$
 c) $x = 73$
 d) $x = \frac{73}{3}$

5. Base = x ;
 altura = $\frac{x}{3} \Rightarrow$ perímetro = $2x + 2 \cdot \frac{x}{3} = \frac{8x}{3}.$
 Si $\frac{8x}{3} = 32 \Rightarrow 8x = 96 \Rightarrow x = \frac{96}{8} = 12$ cm
 Área = $12 \cdot 4 = 48$ cm²

6. Sea x el número de solteros. Como también hay x matrimonios, el número de personas casadas será $2x$. Entonces: $x + 2x = 120 \Rightarrow x = 40.$
 Por cada 5 mujeres hay 7 hombres, luego las mujeres son los $\frac{5}{12}$ del total: $\frac{5}{12} \cdot 120 = 50.$
 Hay 50 mujeres y 70 hombres; 80 de ellos están casados (40 mujeres y 40 hombres). Hay 10 mujeres solteras y 30 hombres solteros.

7. Sea x el número. Cumple:
 $x - 5 = \frac{x}{5} \Rightarrow 5x - 25 = x \Rightarrow 4x = 25 \Rightarrow x = \frac{25}{4}$

8. a) No tiene solución.
 b) $x = \pm 6$
 c) $x = \pm 2$
 d) $x = \pm \frac{1}{4}$
 e) Raíz doble: $x = -2.$
 f) $x = -2, x = 3.$
 g) $x = 2; x = -3.$
 h) $x = -\frac{1}{2}; x = \frac{3}{2}.$

9. a) No es posible
 b) $2(x - 6)(x + 6) = 0$
 c) $-(x - 2)(x + 2) = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x + 2) = 0$
 d) $16\left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow (4x - 1)(4x + 1) = 0$
 e) $(x + 2)^2 = 0$
 f) $(x - 3)(x + 2) = 0$
 g) $2(x - 2)(x + 3) = 0$
 h) $4\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow (2x - 3)(2x + 1) = 0$

10. Si una raíz es 4, debe cumplir la ecuación \rightarrow
 $\rightarrow 4 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 + m = 0 \Rightarrow m = -76.$
 Por tanto, la ecuación es: $4x^2 + 3x - 76 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 1216}}{8} = \frac{-3 \pm 35}{8} = \begin{cases} 4 \\ -\frac{19}{4} \end{cases}$

11. a) $x = -5, y = 10$
 b) $x = \frac{5}{4}, y = -\frac{33}{24}$
 c) El sistema es compatible indeterminado: tiene infinitas soluciones; entre ellas: $x = 0, y = 2;$
 $x = 2, y = 3; \dots$
 d) El sistema es incompatible.

12. Sean x e y los números.
 Se cumple: $\begin{cases} x + y = 22 \\ x^2 + y^2 = 314 \end{cases}$
 Despejando y en la primera ecuación ($y = 22 - x$) y sustituyendo en la segunda, se tiene:
 $x^2 + (22 - x)^2 = 314 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^2 + 484 - 44x + x^2 = 314 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2x^2 - 44x + 170 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = \frac{44 \pm \sqrt{1936 - 1360}}{4} = \frac{44 \pm 24}{4} = \begin{cases} 17 \\ 5 \end{cases}$
 Los números buscados son 17 y 5.