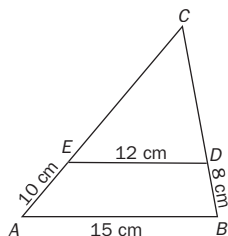
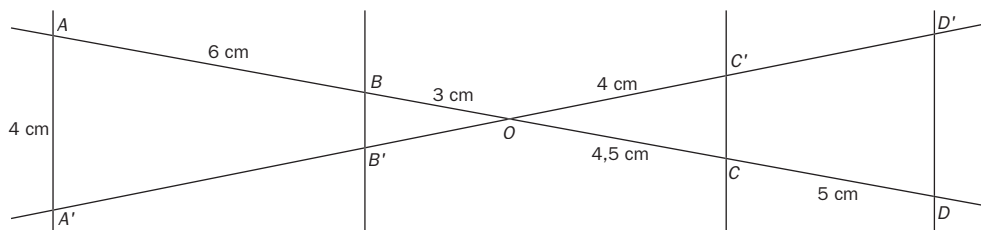


10 | Triángulos. Propiedades métricas

1. ¿Cuál es la medida de un ángulo cuya amplitud es $\frac{5}{12}$ de un ángulo recto? ¿Cuánto miden su complementario y su suplementario? ¿Y si se utiliza como unidad un ángulo recto?
2. Encuentra una fórmula que permita calcular la suma de los ángulos exteriores de un polígono de n lados.
3. Calcula la longitud de los lados de un triángulo de 120 cm de perímetro semejante a otro de lados 6, 10 y 14 cm.
4. Calcula el perímetro del triángulo EDC de la figura:



5. Dada la siguiente figura:



Calcula los segmentos $A'B'$, OB' , BB' y $C'D'$.

6. Una persona de 1,75 m de altura quiere medir la altura de un edificio situado a 250 m de distancia. Coloca una varilla de 2,25 m de longitud, entre él y el edificio, a una distancia de 2 m de su posición. De esta forma consigue una visual que parte de él, pasa por el extremo superior de la varilla y alcanza el punto más alto del edificio. ¿Qué altura tiene el edificio?

SOLUCIONES

1. El ángulo mide $\frac{5}{12} \cdot 90^\circ = 37^\circ 30'$.

Su complementario mide $90 - 37^\circ 30' = 52^\circ 30'$.

Su suplementario mide $180^\circ - 37^\circ 30' = 142^\circ 30'$.

En términos de ángulos rectos:

Su complementario mide $1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$ ángulos rectos.

Su suplementario mide $2 - \frac{5}{12} = \frac{19}{12}$ ángulos rectos.

2. Se considera la siguiente tabla:

N.º de lados	Suma de los ángulos
3	$3 \cdot 360^\circ - 180^\circ$
4	$4 \cdot 360^\circ - 2 \cdot 180^\circ$
5	$5 \cdot 360^\circ - 3 \cdot 180^\circ$
6	$6 \cdot 360^\circ - 4 \cdot 180^\circ$

Observa que:

— El número que multiplica a 360° coincide con el número de lados del polígono.

— El número que multiplica a 180° coincide con el número de lados del polígono menos dos.

— Por tanto podemos escribir, para un polígono de n lados:

$$\begin{aligned} \text{Suma} &= 360^\circ n - 180^\circ (n - 2) = \\ &= 180^\circ (2n - n + 2) = 180^\circ (n + 2) \end{aligned}$$

3. Sea x la razón de proporcionalidad.

Se tiene que:

$$6x + 10x + 14x = 120 \Rightarrow 30x = 120 \Rightarrow x = 4$$

Por tanto la longitud de los lados es: 24, 40 y 56 cm, respectivamente.

4. Los triángulos ABC y EDC son semejantes, por tanto:

$$\frac{EC}{EC + 10} = \frac{12}{15} \Rightarrow 15EC = 12EC + 120 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow EC = 40 \text{ cm}$$

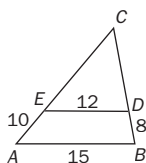
$$\frac{DC}{DC + 8} = \frac{12}{15} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15DC = 12DC + 96 \Rightarrow$$

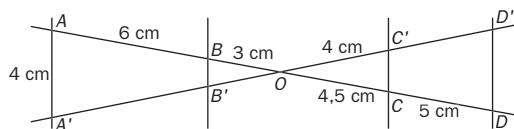
$$\Rightarrow DC = 32 \text{ cm}$$

El perímetro del triángulo EDC es:

$$40 + 32 + 12 = 84 \text{ cm}$$



5. Todos los triángulos de la figura son semejantes.



En los triángulos OOA' y OOB' :

$$\frac{OB}{OA} = \frac{BB'}{AA'} \Rightarrow \frac{3}{9} = \frac{BB'}{4} \Rightarrow BB' = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \text{ cm}$$

En los triángulos OCC' y OOB' :

$$\frac{OB}{OC} = \frac{OB'}{OC'} \Rightarrow \frac{3}{4,5} = \frac{OB'}{4} \Rightarrow OB' = \frac{12}{4,5} = \frac{8}{3} \text{ cm}$$

En los triángulos OOA' y OOB' :

$$\frac{OB}{OA} = \frac{OB'}{OA'} \Rightarrow \frac{3}{9} = \frac{\frac{8}{3}}{OA'} \Rightarrow OA' = \frac{\frac{8}{3} \cdot 9}{3} = 8 \text{ cm}$$

De aquí se deduce que:

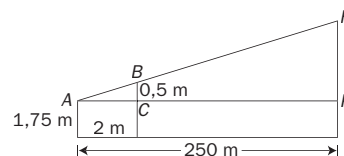
$$A'B' = OA' - OB' = 8 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$$

En los triángulos OCC' y ODD' :

$$\frac{OD}{OC} = \frac{OD'}{OC'} \Rightarrow \frac{9,5}{4,5} = \frac{4 + C'D'}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C'D' = \frac{9,5 \cdot 4}{4,5} - 4 = \frac{20}{4,5} = \frac{40}{9} \text{ cm}$$

6. Por semejanza de triángulos:



$$\frac{AC}{AP} = \frac{CB}{PH} \Rightarrow \frac{2}{1,75} = \frac{0,5}{PH} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow PH = \frac{250 \cdot 0,5}{2} = 62,5 \text{ m}$$

La altura del edificio es $62,5 + 1,75 = 64,25 \text{ m}$.