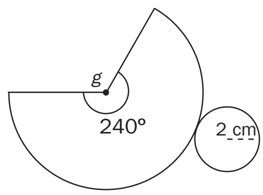
13 Áreas y volúmenes

1. Las caras de una pirámide regular de base cuadrada son triángulos equiláteros.

a) Halla el área lateral y el área total de la pirámide si la arista mide 30 cm.

b) Escribe expresiones para el área lateral y para el área total de la misma pirámide si la arista mide x cm^2.

2. Calcula el área total de un cono cuyo desarrollo es el de la siguiente figura:



3. Una esfera de radio 20 cm está inscrita en un cilindro, de forma que tiene un punto de contacto con cada base del cilindro. Calcula el área total del cilindro.

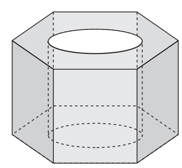
4. Una pieza tiene forma de prisma de base hexagonal, del que se ha extraído un cilindro central. Si las dimensiones de la pieza son:

Lado del hexágono 2 cm.

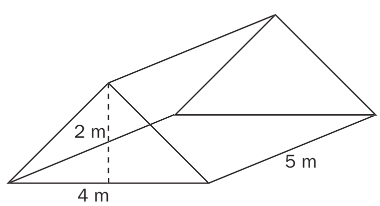
Altura de la pieza 3 cm.

Radio del cilindro 1,25 cm.

Calcula el área total y el volumen de la pieza.

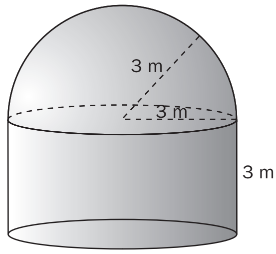


5. Una tienda de campaña tiene forma de prisma triangular isósceles como la de la figura:



Calcula el coste de fabricación si el material del suelo de la tienda cuesta 4 euros por m^2 y el material del resto tiene un precio de 2,75 euros por m^2.

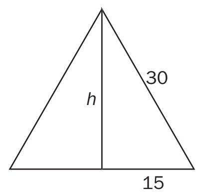
6. Calcula el tiempo que tarda en llenarse un depósito de combustible como el de la figura, si se sabe que se vierten $\frac{\pi}{2}$ litros por segundo.



SOLUCIONES

1. a) Se necesita conocer la altura de las caras laterales de la pirámide.

$h = \sqrt{30^2 - 15^2} = 25{,}98$ cm



A. lateral $= 4 \cdot \dfrac{30 \cdot 25{,}98}{2} =$

$= 1\,558{,}8$ cm^2

A. total = área de la base + área lateral =
$= 900 + 1\,558{,}8 = 2\,458{,}8$ cm^2

b) En una pirámide de esta forma con arista x.

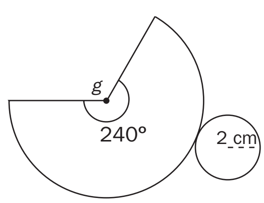
$$h = \sqrt{x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3x^2}{4}} = \frac{x\sqrt{3}}{2} = 0{,}87x \text{ cm}$$

$$\text{A. lateral} = 4 \cdot \frac{x \cdot \dfrac{x\sqrt{3}}{2}}{2} = 1{,}73x^2 \text{ cm}^2$$

A. total = área de la base + área lateral =

$= x^2 + 1{,}73x^2 = x^2(1 + 1{,}73) = 2{,}73x^2$ cm^2

2. El área pedida coincide con el área total de la figura.



La longitud de la circunferencia pequeña coincide con la longitud del sector de circunferencia.

Igualando los datos, se tiene:

$$4\pi = \frac{2\pi \cdot g \cdot 240°}{360°} \Rightarrow g = 3 \text{ cm}$$

Luego el área total es:

$$\text{A. total} = 2^2 \cdot \pi + 9 \cdot \pi \cdot \frac{240°}{360°} = 10\pi \text{ cm}^2$$

3. Observando la figura se tiene:

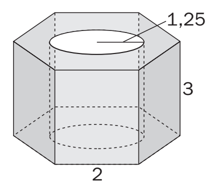
Radio base del cilindro, $r = 20$ cm.

Altura cilindro = diámetro esfera = $h = 40$ cm

Área total $= 2 \cdot \pi \cdot 20^2 + 40 \cdot \pi \cdot 40 = 2\,400\pi$ cm^2

4. A partir de la figura se observa que el área total de la pieza es igual a:

A. lateral$_{\text{PRISMA}}$ + A. lateral$_{\text{CILINDRO}}$ +
+ 2 (A$_{\text{HEXÁGONO}}$ − A$_{\text{CÍRCULO}}$)



A. lateral =

$$= 6 \cdot 2 \cdot 3 + 2\pi \cdot 1{,}25 \cdot 3 + 2\left(\frac{12 \cdot \sqrt{3}}{2} - \pi\, 1{,}25^2\right) =$$

$= 70{,}53$ cm^2

Para el volumen se tiene que:

V$_{\text{TUERCA}}$ = V$_{\text{PRISMA}}$ − V$_{\text{CILINDRO}}$ =

$$= \frac{12 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot 3 - \pi\, 1{,}25^2 \cdot 3 = 16{,}45 \text{ cm}^3$$

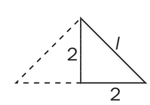
5. El área del suelo es: $4 \cdot 5 = 20$ cm^2

El área de los triángulos isósceles es:

$$2 \cdot \frac{2 \cdot 4}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

Para hallar el área de los dos rectángulos que faltan se necesita saber la longitud de los lados iguales del triángulo isósceles.

$l = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$ cm



Y el área de los rectángulos es:

$2(5 \cdot \sqrt{8}) = 10\sqrt{8} = 28{,}28$ cm^2

Luego el gasto es:

$20 \cdot 4 + (8 + 28{,}28) \cdot 2{,}75 = 179{,}77$ euros.

6. El volumen del depósito es:

$$V = 3^2\pi \cdot 3 + \frac{2}{3}\pi 3^3 = 45\pi\ l = 45\,000\pi\ l$$

Como se vierten $\dfrac{\pi}{2}$ litros por segundo, el tiempo empleado es:

$$\frac{45\,000\pi}{\dfrac{\pi}{2}} = 90\,000 \text{ segundos} = 25 \text{ horas}$$