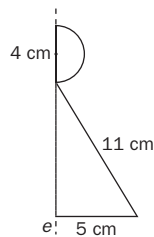


13 Áreas y volúmenes

- Halla la longitud del arco y el área del sector circular en los siguientes casos:
 - Radio 9 cm y ángulo 50° .
 - Diámetro 24 cm y ángulo $\frac{4}{5}$ de ángulo recto.
- Calcula el área de las siguientes figuras:
 - Corona circular formada por las circunferencias concéntricas de radios 9 y 7 cm respectivamente.
 - Trapezio circular formado por las circunferencias concéntricas de radios 12 y 9 cm, respectivamente, y ángulo 27° .
- Halla el área lateral, el área total y el volumen de los siguientes cuerpos:
 - Prisma recto cuya base es un rectángulo de dimensiones 3 y 4 cm, y altura 10 cm.
 - Pirámide recta cuya base es un hexágono regular de lado 2 cm y altura 7 cm.
 - Cilindro recto cuya base tiene un radio de 5 cm y altura 25 cm.
- Una tarta circular de 30 cm de diámetro y 6 cm de altura se divide en 12 partes iguales. Calcula el volumen de cada trozo de tarta.
- Calcula cuántos centímetros cúbicos de tierra vegetal hacen falta para llenar una maceta que tiene forma de tronco de cono; las bases tienen radios de 6 y 10 cm y la altura de la maceta es 10 cm.
- Halla el área de la superficie y el volumen de las esferas de las que se conocen:
 - Radio 4 cm.
 - Diámetro 14 cm.
 - Engendrada al girar una circunferencia, cuya longitud es 17π cm, sobre uno de sus diámetros.
- Un globo esférico, que tiene de radio 5 cm, se infla de forma que su nuevo radio sea igual al triple del radio original. ¿Cuántos centímetros cúbicos de aire se han introducido en el globo?
- Calcula el área total y el volumen del cuerpo que se origina al hacer girar sobre el eje e la siguiente figura:



SOLUCIONES

1. a) $L = \frac{2\pi \cdot 9 \cdot 50^\circ}{360^\circ} = 7,85 \text{ cm}$

$$A = \frac{\pi \cdot 9^2 \cdot 50^\circ}{360^\circ} = 35,34 \text{ cm}^2$$

b) El radio es 12 cm y el ángulo es $\frac{4}{5}$ de un recto,

es decir, $\frac{4}{5} \cdot 90^\circ = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$

$$L = \frac{2\pi \cdot 15 \cdot 45^\circ}{360^\circ} = 15,08 \text{ cm}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 12^2 \cdot 72^\circ}{360^\circ} = 90,48 \text{ cm}^2$$

2. a) $A = \pi(9^2 - 7^2) = 100,53 \text{ cm}^2$

b) $A = \frac{\pi(12^2 - 9^2) \cdot 27^\circ}{360^\circ} = 14,84 \text{ cm}^2$

3. a) Prisma

$$\text{Área lateral} = 14 \cdot 10 = 140 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Área total} &= A_L + 2 \cdot A_{BASE} = \\ &= 140 + 2 \cdot 12 = 164 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Volumen} = V = (3 \cdot 4) \cdot 10 = 120 \text{ cm}^3$$

b) Pirámide

$$\text{Área lateral} = \frac{(2 \cdot 6) \sqrt{52}}{2} = 43,26 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Área total} &= A_L + A_{BASE} = \\ &= 43,26 + \frac{12 \cdot \sqrt{3}}{2} = 43,26 + 10,39 = 53,65 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Volumen} = \frac{\frac{12 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot 7}{3} = 24,24 \text{ cm}^3$$

c) Cilindro

$$\text{Área lateral} = 2\pi \cdot 5 \cdot 25 = 785,4 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Área total} &= A_L + 2 \cdot A_{BASE} = \\ &= 785,4 + 2 \cdot \pi \cdot 5^2 = 785,4 + 157,08 = \\ &= 942,48 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Volumen} = \pi \cdot 5^2 \cdot 25 = 1963,5 \text{ cm}^3$$

4. El volumen de cada trozo de tarta será una doceava parte del volumen de un cilindro cuya base tiene un radio de 15 cm y una altura de 6 cm.

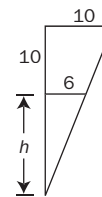
$$V_{TROZO} = \frac{\pi \cdot 15^2 \cdot 6}{12} = 353,43 \text{ cm}^3$$

5. Coincide con el volumen del tronco de cono cuyas dimensiones coinciden con las de la maceta.

Primero se halla h por semejanza de triángulos.

$$\frac{10 + h}{10} = \frac{h}{6}$$

$$h = 15 \text{ cm}$$



$$\begin{aligned} V_{MACETA} &= \frac{1}{3} \pi \cdot 10^2 \cdot (10 + 15) - \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 15 = \\ &= 2053,55 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

6.

	Superficie esférica	Volumen
a)	$S = 4\pi 4^2 = 201,06 \text{ cm}^2$	$V = \frac{4}{3} \pi 4^3 = 268,08 \text{ cm}^3$
b)	$S = 4\pi 7^2 = 615,75 \text{ cm}^2$	$V = \frac{4}{3} \pi 7^3 = 1436,75 \text{ cm}^3$
c)	$S = 4\pi 8,5^2 = 907,92 \text{ cm}^2$	$V = \frac{4}{3} \pi 8,5^3 = 2572,44 \text{ cm}^3$

7. La cantidad de aire introducido es igual a la diferencia que hay entre los volúmenes del globo después de inflado y antes de inflado.

$$\frac{4}{3} \pi (15^3 - 5^3) = 13613,57 \text{ cm}^3$$

8. Al girar la figura se origina un cono, cuya base tiene un radio de 5 cm, y una generatriz de 11 cm, coronado por una esfera de 2 cm de radio.

$$\begin{aligned} A_T &= A_T(\text{cono}) + A(\text{Superficie esférica}) = \\ &= \underbrace{(\pi \cdot 5 \cdot 11 + \pi 5^2)}_{\text{cono}} + \underbrace{4\pi 2^2}_{\text{esfera}} = 301,59 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$