3 Potencias y raíces de números reales

1. Escribe en forma de potencias de 10:

a) $1\,000^3$ b) 0,01 c) $\dfrac{1}{0{,}001}$ d) 1 e) $0{,}001^3$

2. Expresa como una potencia de 2:

a) 64 b) $\dfrac{1}{8}$ c) 4^2 d) $2^{-1} \cdot 2^3$ e) $(4^3)^2$

3. Completa las siguientes igualdades:

a) $2^2 \cdot 2^{\boxed{?}} = 2^5$ c) $(2^2)^{\boxed{?}} = 2^6$ e) $3^{\boxed{?}} = \dfrac{1}{27}$

b) $[\boxed{?}]^3 = -27$ d) $(3^2)^{-4} = \dfrac{1}{\boxed{?}}$ f) $a^{\boxed{?}} = \dfrac{1}{a^6}$

4. El número de moléculas que hay en un gramo de hidrógeno es 301 000 000 000 000 000 000 000. ¿Se puede manejar de forma más cómoda? Exprésalo en notación científica.

5. Realiza las siguientes operaciones en notación científica:

a) $(4 \cdot 10^{-3}) \cdot (7 \cdot 10^{12})$ b) $(3{,}25 \cdot 10^6) : (2{,}3 \cdot 10^{-2})$ c) $(234{,}23 \cdot 10^7) \cdot (12{,}034 \cdot 10^{-3})$

6. La galaxia Andrómeda está a 2 millones de años luz de nosotros. Esta distancia es 10 veces mayor que la de las nubes de Magallanes. ¿Cuánto distan de nosotros estas últimas? Expresa la distancia en años luz y en notación científica.

7. Calcula las siguientes raíces expresando el resultado en forma de potencia:

a) $\sqrt{7^2}$ b) $\sqrt[3]{\dfrac{1}{8}}$ c) $\sqrt[5]{32}$ d) $\sqrt{\dfrac{4}{9}}$

8. Simplifica los siguientes radicales:

a) $\sqrt[3]{625}$ b) $\sqrt[4]{9^3}$ c) $\sqrt{32\,768}$ d) $\sqrt[5]{3^6 \cdot 2^{10}}$

9. a) Comprueba que $\sqrt{300}$ es un cierto número de veces $\sqrt{3}$.

b) Utilizando el resultado anterior, calcula: $\sqrt{300} + \sqrt{3}$

c) ¿Podemos hacer lo mismo con $\sqrt{500} + \sqrt{3}$, o hay que dejarlo indicado? ¿Por qué?

10. a) Reduce a común índice: $\sqrt{5}$ $\sqrt[3]{5}$ $\sqrt[4]{5}$

b) Utiliza el resultado anterior para calcular $\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{5}$

c) Expresa el producto obtenido como una potencia de 5.

d) Realiza ahora el producto, considerando los radicales como potencias de exponente fraccionario. Comprueba la coincidencia de resultados.

11. Ordena los siguientes radicales de menor a mayor:

$\sqrt[3]{2^2}$ $\sqrt[5]{8}$ $\sqrt[4]{2^3}$

12. Expresa como una potencia única las siguientes expresiones:

a) $\sqrt{7} \cdot 7^{\frac{5}{2}}$ b) $(2\sqrt{2^3})^2$

SOLUCIONES

1. a) $1\,000^3 = (10^3)^3 = 10^9$

b) $0{,}01 = 10^{-2}$

c) $\dfrac{1}{0{,}001} = \dfrac{1}{10^{-3}} = 10^3$

d) $1 = 10^0$

e) $0{,}001^3 = (10^{-3})^3 = 10^{-9}$

2. a) $64 = 2^6$

b) $\dfrac{1}{8} = \dfrac{1}{2^3} = 2^{-3}$

c) $4^2 = (2^2)^2 = 2^4$

d) $2^{-1} \cdot 2^3 = 2^2$

e) $(4^3)^2 = (4)^6 = (2^2)^6 = 2^{12}$

3. a) $2^2 \cdot 2^3 = 2^5$

b) $[-3]^3 = -27$

c) $(2^2)^3 = 2^6$

d) $(3^2)^{-4} = \dfrac{1}{3^8}$

e) $3^{-3} = \dfrac{1}{27}$

f) $a^{-6} = \dfrac{1}{a^6}$

4. Sí. $3{,}01 \cdot 10^{23}$ moléculas.

5. a) $(4 \cdot 10^{-3}) \cdot (7 \cdot 10^{12}) = (7 \cdot 4)\,(10^{-3} \cdot 10^{12}) =$
$= 28 \cdot 10^9 = 2{,}8 \cdot 10^{10}$

b) $(3 \cdot 10^6) : (2{,}4 \cdot 10^{-2}) = (3 : 2{,}4) \cdot (10^6 : 10^{-2}) =$
$= 1{,}25 \cdot 10^8$

c) $(234{,}2 \cdot 10^7) \cdot (12 \cdot 10^{-3}) =$
$= (234{,}2 \cdot 12) \cdot (10^7 \cdot 10^{-3}) =$
$= (2\,810{,}4 \cdot 10^4) = 2{,}8104 \cdot 10^7$

6. Distancia Andrómeda = 2 millones de años luz = $= 2 \cdot 10^6$ años luz.

Distancia nubes Magallanes $= \dfrac{2 \cdot 10^6}{10}$ años luz = $= 2 \cdot 10^5$ años luz

7. a) $\sqrt{7^2} = 7$

b) $\sqrt[3]{\dfrac{1}{8}} = \sqrt[3]{\dfrac{1}{2^3}} = \dfrac{1}{2}$

c) $\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$

d) $\sqrt{\dfrac{4}{9}} = \sqrt{\dfrac{2^2}{3^2}} = \dfrac{2}{3}$

8. a) $\sqrt[3]{625} = \sqrt[3]{5^4} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 5} = 5\sqrt[3]{5}$

b) $\sqrt[4]{9^3} = \sqrt[4]{(3^2)^3} = \sqrt[4]{3^6} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 3^2} = 3\sqrt[4]{3^2}$

c) $\sqrt{32\,768} = \sqrt{2^{15}} = \sqrt{2^{14} \cdot 2} = \sqrt{(2^7)^2 \cdot 2} =$
$= 2^7\sqrt{2}$

d) $\sqrt[5]{3^6 \cdot 2^{10}} = \sqrt[5]{3^5 \cdot 3 \cdot (2^2)^5} = 3 \cdot 2^2\sqrt[5]{3}$

9. a) $\sqrt{300} = \sqrt{3 \cdot 10^2} = 10 \cdot \sqrt{3}$

b) $\sqrt{300} + \sqrt{3} = 10\sqrt{3} + \sqrt{3} = 11\sqrt{3}$

c) $\sqrt{500} + \sqrt{3} = \sqrt{5 \cdot 10^2} + \sqrt{3} =$
$= 10\sqrt{5} + \sqrt{3}$

Hay que dejarlo indicado, los radicales son distintos y no se puede sumar.

10. a) m.c.m. (2, 3, 4) = 12
$\sqrt{5} = \sqrt[12]{5^6}$; $\sqrt[3]{5} = \sqrt[12]{5^4}$; $\sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{5^3}$

b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{5^6} \cdot \sqrt[12]{5^4} \cdot \sqrt[12]{5^3} =$
$= \sqrt[12]{5^6 \cdot 5^5 \cdot 5^3} = \sqrt[12]{5^{14}}$

c) $\sqrt[12]{5^{14}} = \sqrt[12]{5^{12}\,5^2} = 5\sqrt[12]{5^2}$

d) $\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{5} = 5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}$

11. $\sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}}$

$\sqrt[5]{8} = \sqrt[5]{2^3} = 2^{\frac{3}{5}} = 2^{\frac{3}{5}}$

$\sqrt[4]{2^3} = 2^{\frac{3}{4}}$

Como $\dfrac{3}{5} < \dfrac{2}{3} < \dfrac{3}{4}$

Ordenados son: $\sqrt[5]{8}$, $\sqrt[3]{2^2}$, $\sqrt[4]{2^3}$

12. a) $\sqrt{7} \cdot 7^{\frac{5}{2}} = 7^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{\frac{5}{2}} = 7^{\frac{1}{2}+\frac{5}{2}} = 7^{\frac{6}{10}}$

b) $(2\sqrt{2^3})^2 = 2^2\sqrt{2^6} = 2^2 \cdot 2^3 = 2^5$