

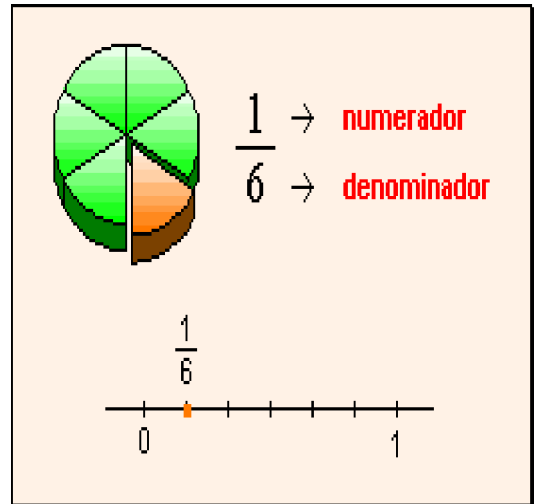
UNIDAD DIDÁCTICA I: TEMA 1

NÚMEROS RACIONALES

Definición

La utilidad concreta de los números fraccionarios reside en interpretarlos como la división de un objeto o unidad en varias partes iguales, a cada una de ellas o a un **grupo** de esas partes, se las denomina **fracción**:

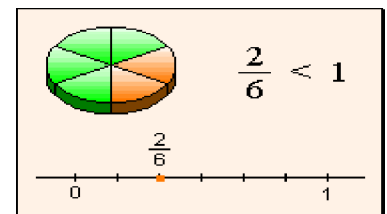
Si dividimos la unidad en 6 partes, cada una de ellas representa $1/6$.



El número fraccionario **a / b** significa que, de una unidad dividida en **b** partes, se toma una cantidad **a** de esas partes. De acuerdo a la cantidad de partes que se toman respecto de la unidad las fracciones se clasifican en **propias, aparentes e impropias**.

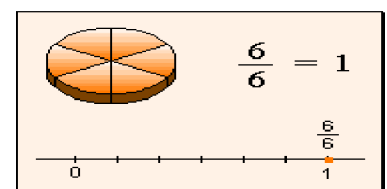
Fracciones propias

Son aquellas en las que el numerador es **menor** que el denominador, por lo tanto, son **menores** que la unidad.



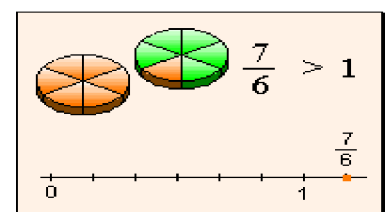
Fracciones aparentes

Son aquellas en las que el numerador es **igual** al denominador, por lo tanto, son **iguales** a la unidad.



Fracciones impropias

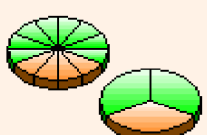
Son aquellas en las que el numerador es **mayor** que el denominador, por lo tanto, son **mayores** a la unidad.



Fracciones Equivalentes

Dos números fraccionarios son equivalentes cuando el resultado de la división da lo mismo.

Se comprueba que un número fraccionario es equivalente a otro cuando el producto del numerador del primero por el denominador del segundo es igual al producto del denominador del primero por el numerador del segundo.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12} \Rightarrow 1 \cdot 12 = 3 \cdot 4$$

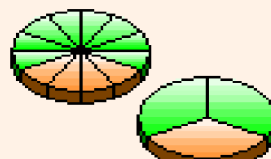
En cambio, si no se cumple esta condición, las fracciones son **desiguales**.

Si se multiplican o dividen el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número, se obtiene una fracción equivalente.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a : n}{b : n}$$

Simplificación



Simplificar una fracción significa dividir el numerador y el denominador por un divisor común a ambos, obteniendo una fracción equivalente.


$$\frac{4}{12} = \frac{4 : 4}{12 : 4} = \frac{1}{3}$$

Cuando el divisor utilizado es el máximo común divisor de ambos, se llega a la expresión más simple de la fracción y se la denomina **fracción irreducible o expresión canónica del número racional**. Esto sucede cuando el numerador y el denominador son **primos entre sí**, por lo tanto, la fracción no puede simplificarse más.

Desigualdad de fracciones

- Entre dos fracciones de distinto signo, será mayor la positiva.
- Si dos fracciones tienen igual denominador e igual signo, será mayor la de mayor numerador.
- Si dos fracciones tienen igual numerador y son del mismo signo, la mayor es aquella que tenga menor denominador.

$$\frac{2}{6} > \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$$


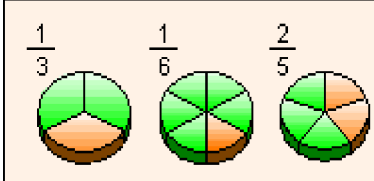
- Si dos fracciones de igual signo tienen distinto denominador, habrá que reducirlas a común denominador para averiguar cuál de ellas es mayor.

Mínimo común denominador

Reducir varias fracciones a un mínimo común denominador es encontrar un **grupo** de fracciones equivalentes a las dadas, de modo que el denominador de todas ellas sea el mínimo común múltiplo de los denominadores de las fracciones originales.

Para hallar esas fracciones equivalentes se procede de la siguiente forma:

1. Se calcula el M.C.M. de los denominadores.
2. Se divide el M.C.M. por el denominador de cada fracción original.
3. Se multiplica este resultado por el numerador de la fracción correspondiente.



MCM (3, 6, 5) = 2 · 3 · 5 = 30

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 10}{30} = \frac{10}{30}$$


$$\frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 5}{30} = \frac{5}{30}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 6}{30} = \frac{12}{30}$$

Suma de Fracciones.

Fracciones de igual denominador

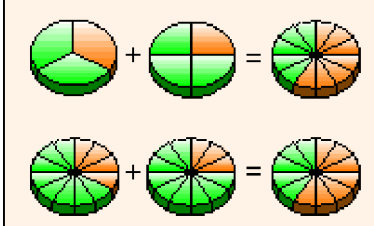
Para sumar o restar dos fracciones de igual denominador se debe sumar o restar los numeradores y mantener el mismo denominador.



$$\frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

Fracciones de distinto denominador

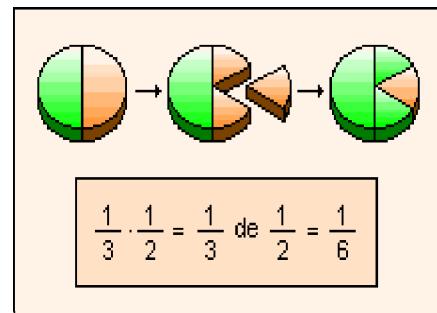
Para sumar o restar dos fracciones de distinto denominador se debe encontrar fracciones equivalentes que tengan igual denominador y luego realizar la operación.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$


$$\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

Producto de dos fracciones

El producto de dos fracciones es una fracción cuyo numerador es el producto de los numeradores y cuyo denominador es el producto de los denominadores.

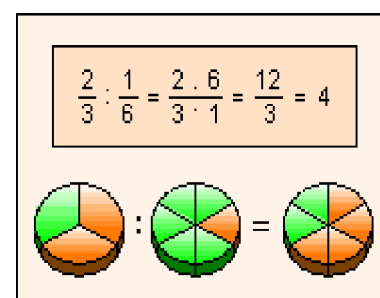


Antes de efectuar una multiplicación es conveniente **simplificar** la expresión todo lo posible.

$$\begin{aligned} \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{6} &= \frac{\cancel{4}^2}{5} \cdot \frac{3}{\cancel{2}_1} \cdot \frac{1}{6} \\ &= \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{\cancel{3}_3} \\ &= \frac{1}{5} \cdot \frac{\cancel{2}}{1} \cdot \frac{1}{\cancel{3}_1} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

División de fracciones

La división de dos fracciones es una fracción se debe multiplicar la primera fracción por la **inversa** de la segunda fracción.



Fracciones inversas

Dos fracciones son inversas, cuando el numerador de la primera es igual al denominador de la segunda, y viceversa.

$$\frac{7}{3} \text{ es fracción inversa de } \frac{3}{7}$$

El producto de dos fracciones inversas es igual a la unidad.

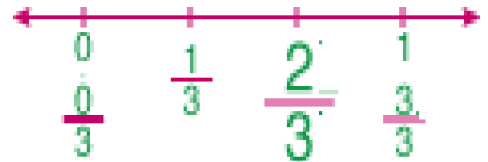
$$\frac{7}{3} \times \frac{3}{7} = 1$$

En la recta numérica...

Todas las fracciones pueden **ubicarse en la recta numérica**. Estudiemos cómo se hace en cada uno de los casos.

Fracción propia: **Toda fracción propia se ubica entre el 0 y el 1 de la recta**. Sólo habrá que dividir ese segmento de recta en las partes que indica el denominador de la fracción; mientras, el numerador nos señala cuántas partes hay que tomar.

Por ejemplo, si ubicamos $\frac{2}{3}$ en la recta numérica, dividimos en 3 partes iguales la distancia que existe entre 0 y 1. A continuación nominamos cada tercio.



Fracción impropia: En este caso, **las fracciones necesitan ser transformadas a número mixto, antes de ubicarlas en la recta numérica**, debido a que **las fracciones impropias son mayores que 1**.

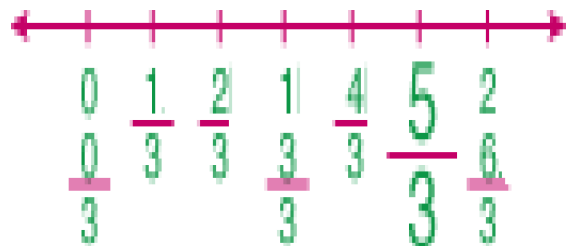
Al convertirlas en número mixto, **el entero que se obtiene nos indica entre qué números enteros está la fracción impropia, y la fracción que nos resulta se ubica entre dichos números**.

Por ejemplo, veamos qué sucede con $\frac{5}{3}$.

$$\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

El entero 1 nos indica que la fracción está entre el 1 y el 2. Por eso, dividimos ese segmento (del 1 al 2) en tres partes iguales y marcamos donde va $\frac{2}{3}$.

De este modo, ubicamos allí mismo los $\frac{5}{3}$, que corresponden a nuestra fracción original.



Fracción igual a la unidad

En el tercer caso, de fracción igual a la unidad, éstas se ubican siempre en el número 1.

Sí, porque, por ejemplo, $\frac{2}{2}=1$

