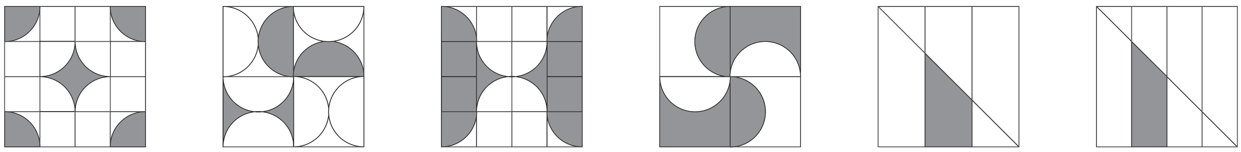
1 Números racionales

1. Expresa en forma de fracción la parte coloreada de las siguientes figuras:



2. Un campo rectangular tiene por dimensiones 140 m y 300 m. En $\frac{2}{3}$ de su superficie se ha plantado alfalfa y en $\frac{3}{7}$ maíz, dejando el resto en barbecho. Calcula, en metros cuadrados, el área de cada una de las tres partes del campo.

3. Una estudiante decide ir un mes a París a practicar francés. La residencia le cuesta 270 euros, lo que supone $\frac{1}{3}$ de su presupuesto total. Calcula que gastará 15 euros diarios en comer. ¿Es cierto que le queda más de $\frac{1}{10}$ del presupuesto total para gastos?

4. Dados los siguientes números racionales:

$a = \frac{2}{3}$ $\qquad$ $b = \frac{3}{5}$ $\qquad$ $c = \frac{5}{2}$

Calcula: $ab + \frac{1}{c}$, abc y $\frac{3}{2}a + \frac{1}{1 - a}$.

5. Encuentra un número racional comprendido entre $\frac{4}{7}$ y $\frac{5}{7}$. ¿Podrías escribir más de un número comprendido entre los dos dados? ¿Cuántos números racionales crees que hay entre dos cualesquiera dados?

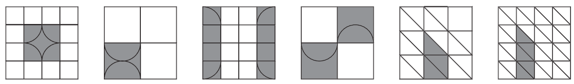
6. Una ciudad se plantea la posibilidad de albergar unos Juegos Olímpicos. Solamente las $\frac{3}{7}$ de las instalaciones deportivas son capaces de albergar alguna competición olímpica, $\frac{1}{4}$ de las restantes sirve para el entrenamiento de los atletas, y el resto, 12 instalaciones, no son apropiadas. ¿Puedes calcular cuántas instalaciones deportivas de esa ciudad pueden albergar competiciones olímpicas?

7. La fracción irreducible de un número racional es $\frac{51\boxed{?}}{2 \cdot 3 \cdot 5}$. Alguien ha borrado la cifra de las unidades, pero se sabe que no era 1. ¿Puedes decir cuál es el dígito borrado?

8. La jarra A contiene 200 cm^3 de agua y la jarra B 200 cm^3 de leche. Se extraen 20 ml del contenido de B y se vierten en la jarra A. Después, de la mezcla de agua y leche obtenida en A, se sacan 20 ml y se echan en la jarra B. Al terminar, ¿en qué jarra hay una mayor proporción del líquido que está en minoría?

SOLUCIONES

1. Creando nuevas subdivisiones, girando o trasladando trozos para completar cuadrículas, las figuras quedan de la siguiente forma.



$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$ $\quad \frac{1}{4}$ $\quad \frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ $\quad \frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ $\quad \frac{3}{18}=\frac{1}{6}$ $\quad \frac{6}{32}=\frac{3}{16}$

2. Superficie del campo $= 140 \cdot 300 = 42\,000$ m^2

Superficie plantada $= \frac{2}{3} + \frac{2}{7} = \frac{20}{21}$

Superficie en barbecho $= 1 - \frac{20}{21} = \frac{1}{21}$

Luego la superficie dejada en barbecho es:

$\frac{1}{21} 42\,000 = \frac{42\,000}{21} = 2\,000$ m^2

3. Presupuesto $= 3 \cdot 270 = 810$ euros.

Gasto alimentación $= 15 \cdot 30 = 450$ euros.

Le queda disponible:

$810 - (270 + 450) = 810 - 720 = 90$ euros.

90 euros supone respecto al total: $\frac{90}{810} = \frac{1}{9}$.

Como $\frac{1}{9} > \frac{1}{10}$, es cierto que le queda más de $\frac{1}{10}$ para gastos.

4. $ab + \frac{1}{c} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{6}{15} + \frac{2}{5} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

$abc = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{2} = \frac{30}{30} = 1$

$\frac{3}{2}a + \frac{1}{1-a} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{3}} = 1 + 3 = 4$

5. Basta amplificar convenientemente las fracciones. Por ejemplo:

$$\frac{4}{7} = \frac{16}{28} \qquad \frac{5}{7} = \frac{20}{28}$$

Entre ambas fracciones están $\frac{17}{28}$, $\frac{18}{28}$ y $\frac{19}{28}$.

Repitiendo el proceso se pueden obtener todas las fracciones que se quiera, sin limitación de número.

6. $\frac{4}{7}$ de las instalaciones no sirven para la competición.

De ellas $\frac{1}{4}$ de $\frac{4}{7} = \frac{1}{7}$ son para entrenamiento.

Como hay 12 instalaciones válidas, esto representa $1 - \left(\frac{3}{7} + \frac{1}{7}\right) = \frac{3}{7}$ del total.

De esta forma se tiene que el número de instalaciones válidas y no válidas es el mismo. Luego hay 12 instalaciones deportivas válidas.

7. Si $\frac{51\boxed{?}}{2 \cdot 3 \cdot 5}$ es irreducible, el numerador no puede ser múltiplo de 2, ni de 3, ni de 5.

Luego la cifra de las unidades no puede ser par, ni 0, ni 5. Solamente quedan las cifras 3, 7 y 9.

Como el numerador no puede ser múltiplo de 3, se excluyen:

3 por ser 513 múltiplo de 3, $5 + 1 + 3 = 9$.
9 por ser 519 múltiplo de 3, $5 + 1 + 9 = 15$.

La cifra borrada es 7.

8. Primer trasvase:

En A creamos una mezcla de agua y leche, en donde:

— proporción de leche: $\frac{20}{200 + 20} = \frac{20}{220} = \frac{1}{11}$

— proporción de agua: $\frac{10}{11}$

En B quedan 180 cm^3 de leche.

Segundo trasvase:

Al quitar 20 ml de la mezcla en A, no modificamos la composición de la mezcla, que por tanto seguirá siendo de $\frac{1}{11}$ de leche.

Al introducir en B esos 20 ml, la jarra B vuelve a tener 200 cm^3 de líquido, siendo la cantidad de agua introducida:

$\frac{10}{11}$ de 20 ml $= \frac{10}{11} \cdot 20 = \frac{200}{11}$

La proporción de agua en la jarra B es:

$\frac{\frac{200}{11}}{200} = \frac{1}{11}$

Así que en ambas jarras hay la misma proporción del líquido en minoría.