

3 Potencias y raíces de números reales

1. El 3 de marzo de 1972 se lanzó el *Pioneer 10* desde Cabo Kennedy, diseñado para explorar el espacio más allá del sistema solar. La nave tardará unos 80 000 años en llegar a la estrella más cercana, Alfa Centauro, situada a 4,3 años luz de la Tierra, y seguirá el viaje hasta un punto cerca del límite de las constelaciones de Tauro y Orión.

¿Cuántos kilómetros tiene que recorrer para llegar a Alfa Centauro? (1 año luz = $9,46 \cdot 10^{12}$ km)

2. Asocia cada enunciado de la lista A con un resultado de la lista B, de modo que sea razonable. Expresa todas las medidas en metros y en notación científica.

Lista A	Lista B
Diámetro del virus de la hepatitis B	150 millones de km
Distancia entre dos galaxias	45 nanómetros
Distancia entre dos puntos del planeta Tierra	21 cm
Altura de un árbol	0,5 mm
Ancho de un folio DIN A-4	30 millones de años luz
Distancia aproximada de la Tierra al Sol	3 metros
Tamaño de un ácaro	2 500 km

3. La memoria RAM de cierto ordenador personal tiene 256 Mb. Obtén el número de bits de la memoria, expresándolo como una potencia de 2.

Datos: 1 Mb = 1 024 kb, 1 kb = 1 024 bytes.

4. Calcula:
- a) $2^{-4} \cdot 2^4$ b) $2^{16} + 2^{16}$ c) $2^{-1} + 2^{-2}$ d) $(2^{-1} \cdot 2^{-2})^{-1}$

5. Completa la siguiente tabla:

a	b	$a + b$	$a \cdot b$
$3 \cdot 7^3$	$4 \cdot 7^3$		
$2ab^2$	$3ab^2$		

6. Calcula:

a) $\frac{1}{2 \cdot 3^{-3}} + 2^{-1}$ b) $\frac{3 \cdot 5^{-1}}{2^{-2} \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 3^{-2}}$

7. Indica cuál de las siguientes expresiones es mayor:

a) $\sqrt{8} + 5\sqrt{2}$ b) $\sqrt{18} + \sqrt{32}$ c) $\sqrt{50} + 4\sqrt{2} - \sqrt{8}$

8. Se quiere construir un triángulo equilátero de altura $5\sqrt{3}$ cm utilizando alambre. ¿Cuánto es necesario para construirlo?

9. Calcula y simplifica:

a) $(\sqrt[3]{2^6})^2$ b) $\frac{(\sqrt{2} + \sqrt{6})^2}{4} - (2 + \sqrt{3})$

SOLUCIONES

1. Tiene que recorrer 4 años luz.

$$4,3 \cdot 9,46 \cdot 10^{12} = 4,0678 \cdot 10^{13} \text{ km}$$

2.

Virus de la hepatitis B	45 nanómetros	$4,5 \cdot 10^{-8} \text{ m}$
Distancia entre galaxias	30 millones de años luz	$2,833 \cdot 10^{23} \text{ m}$
Puntos del planeta Tierra	2 500 km	$2,5 \cdot 10^3 \text{ m}$
Altura de un árbol	3 metros	3 m
Ancho DIN A-4	21 cm	$0,21 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
Distancia de la Tierra al Sol	150 millones de kilómetros	$1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$
Tamaño de un ácaro	0,5 mm	$0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

3. $256 \text{ Mb} = 256 \cdot 1\,024 \cdot 1\,024 \text{ bytes}$

$$256 \cdot 1\,024 \cdot 1\,024 = 2^8 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} = 2^{28}$$

Luego 256 Mb son 2^{28} bytes.

4. a) $2^{-4} \cdot 2^4 = 2^0 = 1$

b) $2^{16} + 2^{16} = 2^{16} (1 + 1) = 2^{16} \cdot 2 = 2^{17}$

c) $2^{-1} + 2^{-2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} = \frac{3}{4}$

d) $(2^{-1} \cdot 2^{-2})^{-1} = (2^{-1+(-2)})^{-1} = (2^{-3})^{-1} = 2^3 = 8$

5.

a	b	a + b	a · b
$3 \cdot 7^3$	$4 \cdot 7^3$	$3 \cdot 7^3 + 4 \cdot 7^3 =$ $= 7^3(3 + 4) =$ $= 7^3 \cdot 7 = 7^4$	$3 \cdot 7^3 \cdot 4 \cdot 7^3 =$ $= 12 \cdot 7^3 \cdot 7^3 =$ $= 12 \cdot 7^6$
$2ab^2$	$3ab^2$	$2ab^2 + 3ab^2 =$ $= ab^2(2 + 3) =$ $= 5ab^2$	$2ab^2 \cdot 3ab^2 =$ $= 6a^2b^4$

6. a) $\frac{1}{2 \cdot 3^{-3}} + 2^{-1} = \frac{3^3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3^3 + 1}{2} =$
 $= \frac{27 + 1}{2} = \frac{28}{2} = 14$

b) $\frac{3 \cdot 5^{-1}}{2^{-2} \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 3^{-2}} = \frac{3 \cdot 2^2}{5 \cdot 7} + \frac{3^2}{7} =$
 $= \frac{3 \cdot 2^2}{5 \cdot 7} + \frac{3^2 \cdot 5}{5 \cdot 7} = \frac{12 + 45}{35} = \frac{57}{35}$

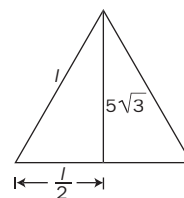
7. a) $\sqrt{8} + 5\sqrt{2} = \sqrt{2^3} + 5\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} =$
 $= 7\sqrt{2}$

b) $\sqrt{18} + \sqrt{32} = \sqrt{3^2 \cdot 2} + \sqrt{2^5} = 3\sqrt{2} + 2^2\sqrt{2} =$
 $= 7\sqrt{2}$

c) $\sqrt{50} + 4\sqrt{2} - \sqrt{8} = \sqrt{5^2 \cdot 2} + 4\sqrt{2} - \sqrt{2^3} =$
 $= 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

Luego las tres expresiones son iguales.

8.



$$(5\sqrt{3})^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = l^2 \Rightarrow 25 \cdot 3 = l^2 - \frac{l^2}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 75 = \frac{3}{4}l^2 \Rightarrow l^2 = \frac{300}{3} = 100 \Rightarrow l = 10$$

Se necesitan 30 cm de alambre.

9. a) $(\sqrt[3]{2^6})^2 = \sqrt[3]{2^{12}} = \sqrt[6]{2^{12}} = 2^2 = 4$

b) $\frac{(\sqrt{2} + \sqrt{6})^2}{4} - (2 + \sqrt{3}) =$
 $= \frac{(\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} + (\sqrt{6})^2}{4} - (2 + \sqrt{3}) =$
 $= \frac{2 + 2\sqrt{12} + 6}{4} - (2 + \sqrt{3}) =$
 $= \frac{8 + 2\sqrt{2^2 \cdot 3}}{4} - (2 + \sqrt{3}) =$
 $= \frac{8 + 4\sqrt{3}}{4} - (2 + \sqrt{3}) =$
 $= (2 + \sqrt{3}) - (2 + \sqrt{3}) = 0$