RESUMEN DE FRACCIONES

Las fracciones: Una práctica herencia

Origen

La palabra fracción viene del latín "**fractio**", utilizada por primera vez en el siglo XII, cuando**Juan de Luna** tradujo a ese idioma la Aritmética árabe de **Al-Juarizm**i.

El origen de las fracciones se remonta a la **Antigüedad**. Es posible encontrar muestras de su uso en diversas culturas de ese período histórico.

Los **babilonios** las utilizaron teniendo como único denominador al número 60. Los **egipcios**, por su parte, las emplearon con sólo el 1 como numerador. Por ejemplo, si querían representar 5/8 escribían: 1/2 y 1/8, considerando que1/2 equivale a 4/8.

En tanto, **los griegos** marcaban con un acento el numerador, y con dos el denominador.

¿Por qué fueron creadas?

En la historia, es posible distinguir **dos motivos** principales por los que fueron inventadas las fracciones.

La existencia de divisiones inexactas

El primero de ellos fue **la existencia de divisiones inexactas**. Estas son aquéllas en que el cociente no es factor del dividendo, y tiene resto. Por ejemplo: 5/4 representa 5:3. Como no hay ningún número cardinal que multiplicado por 3 dé como producto 5, lo más exacto es escribir 5/3. Lo mismo sucede con 4/7.

Para medir

Un segundo motivo por el cual se crearon las fracciones resultó de la **aplicación de unidades de medida de longitud**.

Para realizar las mediciones de trazos, se tomaba otro trazo como unidad de medida, y se veía las veces que contenía en el otro. Como no siempre cabía de manera exacta, se dividía el trazo que servía de unidad en partes iguales y más pequeñas, para que el resultado fuera exacto. Este resultado de la medición se expresaba en **fracción**.

El mundo de la fracción

Una fracción común consta de dos elementos, separados por una raya horizontal: el **numerador** y el **denominador**.

El numerador es el número que se escribe sobre la raya. Representa las partes que se utilizan o el dividendo de la división. El denominador va escrito debajo de la raya de la fracción. Es el número que indica las partes en que se ha dividido el entero, o es el divisor de una división.

Apliquémoslo en el siguiente ejemplo:

$$\frac{4}{9}$$

$\frac{4}{9}$ corresponde a 4 partes iguales, de un total de 9 partes.

Representa también a 4:9.

Representación

Las fracciones pueden representarse en **diagramas**.

A continuación te presentamos dos formas de hacerlo: **como parte de un conjunto** y **como la unidad dividida en partes iguales, utilizando figuras geométricas**.

Primer ejemplo: 4/9

Como conjunto: {* * * * # # # # #}

Total de elementos: 9 **Asteriscos:4**

Fracción de asteriscos: 4/9

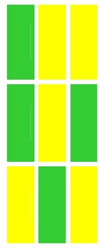
Segundo ejemplo: 7/4

Como conjunto: { * * * *} {* * * #}

Necesitamos más de un conjunto de asteriscos, porque cada conjunto tiene 4 elementos y necesitamos 7 asteriscos.

TEMA 3: FRACCIONES **1º ESO**

Primer ejemplo: 4/9
Como unidad dividida en partes iguales:
Unidad dividida en 9 partes iguales
Partes pintadas: 4 (numerador)
Segundo ejemplo: 7/4



Necesitamos dos figuras iguales, porque cada una está dividida en 4 y debemos tener 7 partes pintadas.

¿Cuál es la diferencia entre el primer y segundo ejemplo?

Si nos damos cuenta, existe una relación entre numerador y denominador, lo que nos servirá para clasificar fracciones.

Clasificación

Existen tres maneras de clasificar las fracciones. Ello se obtiene **comparando el numerador con el denominador**. De este modo tenemos:

a) **Fracción propia**: cuando el numerador es menor que el denominador. Por ejemplo, 5/8, en que **5 < 8.**
b)**Fracción impropia**: si el numerador es mayor que el denominador. Por ejemplo 12/7, en que **12 > 7**.
c) **Fracción que equivale a la unidad**: cuando el numerador es igual al denominador. Por ejemplo 6/6, en que **6 = 6**; por lo tanto, es igual a la unidad. Otra forma de entenderlo es **6 : 6 = 1.**

Número mixto: Acompañado por una fracción

Ahora queremos que conozcas situaciones que derivan de la clasificación de fracciones que te mostramos anteriormente.
Primero nos referiremos al **número mixto**, definido como **el número entero que va acompañado de una fracción propia**.

Por ejemplo, si tenemos $2\frac{1}{4}$, significa que hay **2** enteros más 1/4 de otro entero, igual a los otros.

Gráficamente podemos representarlo así:

entero **entero** **1/4**

Si contamos las partes pintadas, en total tenemos 9/4
De este modo, podemos concluir que todas las fracciones impropias pueden transformarse en número mixto.

Fórmula

Para transformar **fracciones impropias a número mixto, la fórmula consiste en dividir el numerador por el denominador**.
El cociente será el número entero, el resto pasará a ser numerador de la fracción y mantendremos el mismo denominador.
Comprobémoslo de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r|l} 9 & 4 \\ \hline 1 & 2 \end{array}$$

9 : 4 = 2, con resto **1** , que pasa a ser el numerador. Por lo tanto, $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

Al revés

Los números mixtos también pueden transformarse en fracción impropia. Una manera de hacerlo es contando las partes pintadas de un diagrama, pero es una forma muy lenta.
Para esta operación, matemáticamente se ha creado la fórmula de **multiplicar el entero por el denominador, y sumarle el numerador al producto, conservando el mismo denominador.**

Observa con atención:

En la recta numérica...

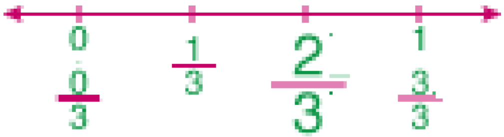
Todas las fracciones pueden **ubicarse en la recta numérica**. Estudiemos cómo se hace en cada uno de los casos.

Fracción propia

Toda fracción propia se ubica entre el 0 y el 1 de la recta. Sólo habrá que dividir ese segmento de recta en las partes que indica el denominador de la fracción; mientras, el numerador nos señala cuántas partes hay que tomar.

Por ejemplo, si ubicamos 2/3 en la recta numérica, dividimos en 3 partes iguales la distancia que existe entre 0 y 1. A continuación nominamos cada tercio.

Observa lo anterior en este diagrama:



Fracción impropia

En este caso, **las fracciones necesitan ser transformadas a número mixto, antes de ubicarlas en la recta numérica**.

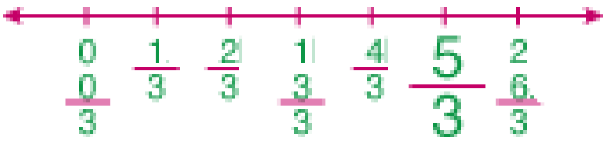
Ello, debido a que **las fracciones impropias son mayores que 1**.

Al convertirlas en número mixto, **el entero que se obtiene nos indica entre qué números enteros está la fracción impropia, y la fracción que nos resulta se ubica entre dichos números**.

Por ejemplo, veamos qué sucede con 5/3. $\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$

El entero 1 nos indica que la fracción está entre el 1 y el 2. Por eso, dividimos ese segmento (del 1 al 2) en tres partes iguales y marcamos donde va 2/3. De este modo, ubicamos allí mismo los 5/3, que corresponden a nuestra fracción original.

Observa con atención el diagrama que grafica este ejemplo

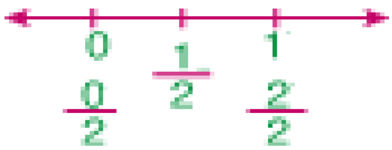


Fracción igual a la unidad

En el tercer caso, de fracción igual a la unidad, éstas se ubican siempre en el número 1.

Sí, porque, por ejemplo, 2/2=1

Observa:



Orden y equivalencia

Existen varias cosas que descubrir si analizamos bien las fracciones.

En primer término, si **comparamos dos fracciones** -y dependiendo del caso-, podríamos determinar que:

La primera es mayor que la segunda.
La primera es menor que la segunda.
La primera es equivalente con la segunda.

Una forma de establecer dichas relaciones es mediante la ubicación de las fracciones en la recta numérica. Así podemos entender con facilidad que:

- **La fracción que está más cerca del 0 es menor.**
- **Las fracciones equivalentes ocupan el mismo lugar en la recta numérica.**

Productos cruzados

Hay un procedimiento matemático que nos permite obtener de manera muy rápida la relación que te explicamos antes. Se trata de lo que se conoce como "**productos cruzados**". **Consiste en multiplicar el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda, y el numerador de la segunda por el denominador de la primera**.

Amplificación

Amplificar una fracción es multiplicar su numerador y denominador por un mismo número natural. Esta operación no cambia ni el valor ni la ubicación en la recta de dicha fracción.
Analicemos el ejemplo 5/3
Amplificaremos 5/3 por 6. Entonces

$$\frac{3\cdot 6}{5\cdot 6}=\frac{18}{30} \text{ y queda } \frac{3}{5}=\frac{18}{30}$$

De la posibilidad de multiplicar una fracción por cualquier número natural es posible concluir que, **podemos obtener, de una sola fracción, infinitas fracciones equivalentes**.

Simplificación

Simplificar **una fracción es dividir el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número natural**.La condición necesaria para ello es que el **numerador y el denominador sean múltiplos de ese número**. De lo contrario, no se puede simplificar la fracción.
Cuando no podemos simplificar una fracción, decimos que se trata de una fracción irreductible.
Observa los siguientes ejemplos:

a) $\frac{6}{8}$

6 es múltiplo de 2, y 8 **también.**
6 : 2 = 3 y 8 : 2 = 4 , nos queda 6/8 = 3/4.
6/8 se puede simplificar.

b) $\frac{10}{7}$

10 es múltiplo de 2, 5 y 10, pero 7 no es múltiplo de ninguno de ellos. Por lo tanto, 10/7 es una fracción irreductible.

Amplificar y simplificar fracciones son pasos muy necesarios para **resolver operaciones** entre ellas.
La amplificación nos sirve para ordenar más de dos 2 fracciones.
Si tenemos que ordenar tres o más fracciones, debemos fijarnos en sus denominadores. Aquí se nos presentan dos casos:

a) Si **los denominadores son iguales**, no hay problema. Será mayor la fracción que tenga el numerador mayor.
Por ejemplo:
$\frac{6}{15},\frac{3}{15},\frac{1}{15},\frac{4}{15},\frac{29}{15}$
Ordenadas de menor a mayor quedan así:
$\frac{1}{15},\frac{3}{15},\frac{4}{15},\frac{6}{15},\frac{29}{15}$

b) **Si los denominadores son distintos**, habrá que igualarlos. Esta operación se realiza recurriendo al **Mínimo Común Múltiplo (m.c.m)**
Denominador.
Por ejemplo, ordenaremos de menor a mayor 2/3, 1/6 y 5/8
Con los denominadores 3, 6 y 8 obtenemos como m.c.m. al 24. A continuación, debemos obtener una fracción equivalente para cada una de las anteriores, pero con denominador 24.
Numerador.

$(24:3)\cdot 2 = 16 \Rightarrow \frac{2}{3}=\frac{16}{24}$ $(24:6)\cdot 1 = 4 \Rightarrow \frac{1}{6}=\frac{4}{24}$ $(24:8)\cdot 5 = 15 \Rightarrow \frac{5}{8}=\frac{15}{24}$

Ahora tenemos que ordenar $\frac{16}{24},\frac{4}{24},\frac{15}{24}$. Quedan así: $\frac{4}{24},\frac{15}{24},\frac{16}{24}$

Pero el resultado final lo tendremos ordenando las fracciones originales según nos pidieron, utilizando para ello la relación de equivalencia:
$\frac{1}{6},\frac{5}{8},\frac{2}{3}$

Operaciones entre fracciones: Una necesidad diaria

Si las operaciones entre números cardinales han sido de tanta importancia en la historia de la humanidad, no son menos relevantes las que se realizan entre fracciones.
En nuestro último encuentro con la matemática conocimos estas últimas, analizamos su origen y clasificación, además de otros aspectos importantes para introducirnos en su mundo.
Como ya hemos revisado, fue la necesidad de realizar algunas actividades fundamentales, lo que llevó al hombre a crear diversas soluciones matemáticas para ello.
Con las fracciones, una vez más nos queda demostrada la maravilla de la inteligencia humana cuando es usada para el bien de todos.

La historia...

¿Qué dice la historia sobre este tema?
Los egipcios resolvían problemas de la vida diaria mediante operaciones con fracciones. Entre ellas la distribución del pan, el sistema de construcción de pirámides y las medidas utilizadas para estudiar la Tierra. Esto lo comprobamos en numerosas inscripciones antiguas como el Papiro de Ahmes.
Sin embargo, en el siglo VI después de Cristo, fueron los hindúes quienes establecieron las reglas de las operaciones con fracciones. En esa época, Aryabhata se preocupó de estas leyes, y después lo hizo Bramagupta, en el siglo VII.
Posteriormente, otros estudiosos hindúes efectuaron estudios más amplios. Es así como las reglas que utilizamos en la actualidad para trabajar con fracciones, fueron obra de Mahavira- en el siglo IX- y Bháskara -en el siglo XII- .
A continuación, te invitamos a revisar cada una de las operaciones entre fracciones...

Sumemos

La primera operación que revisaremos será la adición.
Para sumar fracciones, antes que todo hay que revisar sus denominadores, porque la fórmula es distinta para cada caso.
Veamos:
a) **Fracciones con el mismo denominador**: sumamos los numeradores y conservamos el denominador.

$\frac{5}{8}+\frac{3}{8}+\frac{7}{8}=\frac{15}{8}$ Como $\frac{15}{8}$ es fracción impropia podemos transformarla a número mixto, quedando $1\frac{7}{8}$

En este caso, es conveniente que la suma sea una fracción irreducible. Por lo tanto, debemos revisar si podemos simplificar. A modo de ejemplo, sumemos:

$$\frac{1}{6}+\frac{5}{6}+\frac{2}{6}=\frac{8}{6}$$

$\frac{8}{6}$ se puede simplificar por 2
y nos queda: $\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$
y como $\frac{4}{3}$ es fracción impropia,
se transforma en $1\frac{1}{3}$

b) **Fracciones con distinto denominador**: en este caso la fórmula que se aplica es, primero, obtener fracciones equivalentes que tengan un Mínimo Común Denominador y luego resolvemos como en la situación anterior.
Observa:

$$\frac{3}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}=$$

El M. C. D. de 4, 6 y 8 es 24. Entonces, cada fracción queda equivalente a una con denominador 24

$$\frac{18}{24}+\frac{4}{24}+\frac{3}{24}=\frac{25}{24}=1\frac{1}{24}$$

Números mixtos y enteros: otras adiciones

Además de la sumade fracciones con el mismo o distinto denominador, se pueden dar otros dos casos:

a) Adición de números mixtos: en primer lugar debemos transformarlos a facción impropia. Luego, revisamos los denominadores y -de acuerdo a ellos- resolvemos la adición.

A continuación veremos dos ejemplos:

1) Con el mismo denominador:

$$2\frac{3}{7}+4\frac{1}{7}=$$

$$\frac{17}{7}+\frac{29}{7}= \text{(igual denominador)}$$

$$\frac{46}{7}=6\frac{4}{7}$$

2) Con distinto denominador:

$$7\frac{1}{9}+3\frac{1}{6}=$$

$$\frac{64}{9}+\frac{19}{6} \qquad \text{M. C. D. de 9 y 6} = 18$$

$$\frac{128}{18}+\frac{57}{18}=\frac{185}{18}=10\frac{5}{18}$$

b) Adición de fracciones con números enteros: éstos se transformar a fracción impropia, sabiendo que equivalen a tener como denominador al 1.

Por ejemplo, 8 = a 8/1. Después, procedemos igual que con las fracciones con distinto denominador.

Veamos cómo actúan los números enteros al sumarlos como fracciones, en el siguienteejemplo:

$$\frac{3}{5}+2+\frac{7}{10}=$$

Como tienen distinto denominador buscamos el M.C.D. de 5 y 10, que es 10. Por lo tanto, la suma queda así:

$$\frac{6}{10}+\frac{20}{10}+\frac{7}{10}=\frac{33}{10}$$

que transformado a número mixto es $3\frac{3}{10}$

Restemos

Ahora analizaremos qué sucede cuando se trata de la sustracción de fracciones.

Al igual que con la adición, se dan dos casos si revisamos los denominadores:

a) **Fracciones con el mismo denominador**: restamos los numeradores y dejamos el mismo denominador.

Por ejemplo:

$$\frac{11}{18}-\frac{4}{18}=\frac{7}{18}$$

b) **Fracciones con distinto denominador**: nuevamente utilizamos el Mínimo Común Denominador (M.C.D.) para encontrar fracciones equivalentes , y luego restamos, como en el caso de los denominadores iguales . Veamos:

$$\frac{3}{4}-\frac{1}{2} \quad \text{M. C. D. de 4 y 2 es 4}$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$\frac{3}{4}-\frac{2}{4}=\frac{1}{4}$$

Números mixtos y enteros: otras sustracciones.

Si, trabajando con fracciones, hay que restar números mixtos o con algún entero, la fórmula es la misma: primero, transformamos a fracción impropia, después buscamos el M.C.D., y finalmente resolvemos la sustracción. Por ejemplo:

$$3\frac{1}{9}-2\frac{1}{3}=$$

Transformamos a fracción impropia y queda:

$$\frac{28}{9}-\frac{7}{3} \quad \text{M. C. D. de 9 y 3 es 9}$$

y queda:

$$\frac{28}{9}-\frac{21}{9}=\frac{7}{9}$$

Multipliquemos

Ya vimos la adición y sustracción con fracciones. En tercer lugar revisaremos la multiplicación.

En esta operación, lo primero convieneque hacer es simplificar las fracciones todo lo que se pueda, en forma vertical o cruzada. Luego, se multiplican los numeradores y los denominadores obteniéndose el producto.Este será siempre una fracción irreductible, debido a que ya simplificamos.

Observa:

$$\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\cdot\frac{1}{\underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{4}}}\cdot\frac{\overset{\overset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{6}}}{7}=\frac{1}{7}$$

simplificamos cruzado: 2 y 4 por 2; 3 y 6 por 3 y luego 2 y 2 por 2.

Entonces: $\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{7}=\frac{1}{7}$

Si algún factor es número mixto o entero, lo reducimos a fracción impropia y luego multiplicamos:

$$3\frac{1}{7}\cdot\frac{14}{33}\cdot 5=$$

$$\frac{\overset{2}{\cancel{22}}}{\underset{1}{\cancel{7}}}\cdot\frac{\overset{2}{\cancel{14}}}{\underset{3}{\cancel{33}}}\cdot\frac{5}{1}=\frac{20}{3}=6\frac{2}{3}$$

simplificamos y reducimos a número mixto.

Si calculamos los $\frac{5}{8}$ de 24 personas, colocaremos $\frac{5}{\cancel{8}_{1}} \cdot \frac{\cancel{24}^{3}}{1} = \frac{15}{1} = 15$

Propiedades

Tal como la multiplicación con números cardinales, la multiplicación de fracciones también tiene las siguientes propiedades:

- **Tiene clausura.**
- **Es conmutativa.**
- **Es asociativa.**
- **Tiene como elemento neutro a cualquier fracción equivalente al entero 1, y como elemento absorbente a toda fracción igual al entero 0.**
- **Es distributiva con respecto a la adición de fracciones.**
  A diferencia de la multiplicación de números cardinales, en la de fracciones aparece una nueva propiedad:
- **El elemento inverso o inverso multiplicativo: consiste en multiplicar una fracción por otra, de manera que se obtenga el elemento neutro, que es el entero 1.**
  Por ejemplo, el inverso multiplicativo de

$\frac{5}{9}$ es $\frac{9}{5}$, porque $\frac{5}{9} \cdot \frac{9}{5} = \frac{45}{45} = 1$

Aplicaciones

Como te explicábamos al comienzo de este número, el trabajo con fracciones es muy importante para la vida diaria. En este contexto podemos distinguir dos aplicaciones muy importantes de la multiplicación de fracciones.

a)La multiplicación de fracciones nos permite el cálculo de la fracción de un número o de la fracción de otra fracción. Para eso sólo tenemos que multiplicar los datos.

Estudiemos dos casos:

1)

Resultado: 15 personas.

Resultado 2/3

b) La multiplicación de fracciones nos permite calcular porcentajes.

Los porcentajes son fracciones con denominador 100. Entonces, si- por ejemplo- decimos que el 60 % (por ciento) de los alumnos tiene hermanos chicos, significa que cada 100 alumnos, 60 cumplen con estacondición.Escrito como fracción esto quedaría: 60/100

En la situación de -como segundo ejemplo- tener que calcular el 30 % de los 600 empleados de una fábrica, bastará con aplicar la multiplicación de:

$$\frac{30}{\cancel{100}_{1}} \cdot \frac{\cancel{600}^{6}}{1} = 180$$

Resultado: 180 empleados.

...Y dividamos

La cuarta y última operación con fraccionesque veremos es la división.

Esta es la operación inversa a la multiplicación.

Para dividir fracciones multiplicamos la primera fracción -o dividendo- por el inverso multiplicativo de la segunda fracción -o divisor-.

Por ejemplo:

$$\frac{4}{5} : \frac{6}{10}$$

inverso multiplicativo

$$\frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{5}_{1}} \cdot \frac{\cancel{10}^{2}}{\cancel{6}_{3}} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

Para resolver divisiones de fracciones en que uno de sus elementos es número mixto o entero, lo transformamos a fracción impropia y luego resolvemos del mismo modo anterior.

Veamos este ejemplo:

$$2\frac{1}{7} : 5 =$$

$$\frac{15}{7} : \frac{5}{1} =$$

inverso multiplicativo

$$\frac{\cancel{15}^{3}}{7} \cdot \frac{1}{\cancel{5}_{1}} = \frac{3}{7}$$

Ahora, combinemos las operaciones

Se puede dar el caso de que sea necesario resolver problemascon fracciones, que presenten las operacionesen forma combinada. En esta situación, hay que empezar fijándose si existe o no paréntesis:

a) Si no hay paréntesis resolveremosde acuerdo a la prioridad de operaciones, que es:

- Primero las multiplicaciones y/o divisiones.
- En segundo término las adiciones y/o sustracciones.

Observa este ejemplo:

$$\frac{2}{3} + \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{8}_{2}} \cdot \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{9}_{3}} - \frac{1}{4} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{4}$$

M. C. D. de 3, 6 y 4 = 12
(adición y sustracción juntas)

$$\frac{8}{12} + \frac{2}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

b) Si hay paréntesis: en primer lugar se resuelven las operaciones que van dentro de él, y luego las que están de afuera del paréntesis.

Por ejemplo:

$3\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{5}{9}+\frac{1}{6}\right)$ M.C.D. de 6 y 9 = 18

$$\frac{16}{5}\cdot\left(\frac{10}{18}+\frac{3}{18}\right)$$

$$\frac{\overset{8}{\cancel{16}}}{5}\cdot\frac{13}{\underset{9}{\cancel{18}}}=\frac{104}{45}=2\frac{14}{45}$$

Problemas especiales

Cuando se trata de resolver problemas que aplican fracciones, hay enunciados de los mismos que son muy semejantes. La diferencia se da sólo en unas palabras.Estas son "el resto" o "lo que queda" que hacen cambiar la manera de resolver los ejercicios.
Icarito te enseñará el secreto que ellos tienen, para que te conviertas en un solucionador experto de estos problemas especiales con fracciones.
Veamos los dos casos en los siguientes ejemplos:
1) Dn. Javier tiene $5.000. Ocupa 3/10 de esa cantidad en movilización, 2/5 en comprar revistas; y 1/5 en golosinas para sus nietos. Entonces ¿cuánto dinero le sobra?
Ahora te presentamos el mismo caso, pero de otro modo:
2) Dn. Javier tiene $5.000. Ocupa 3/10 de esa cantidad en movilización; 2/5 del resto en revistas, y 1/5 de lo que le queda en golosinas para sus nietos. Entonces ¿cuánto dinero le sobra?
Como te habrásdado cuenta, ambos ejemplos poseen enunciados muy semejantes. Veamos cuál es la diferencia al resolverlos.
En el caso 1 sólo basta calcular 3/10 , 2/5 y 1/5 de los $5.000. Así tenemos que:

$\frac{3}{10}$ corresponden a $ 1.500

$\frac{2}{5}$ corresponden a $ 2.500

$\frac{1}{5}$ corresponde a $ 1.000.

Resultado: a don Javier le sobran $500.
En el caso 2, el procedimiento a seguir es diferente.
Primero, calculamos 3/10 de los $5.000, que corresponden a $1.500.
Después,tenemos que calcular los 2/5 del resto. Lo hacemos así:

- Restamos $5.000 - $1.500, que eran para la movilizaciónde don Javier. Nos quedan $3.500.
- Ahora, calculamos los 2/5 de $3.500 que nos quedaron, que corresponden a $1.400.
- Finalmente, debemos averiguar qué cantidad corresponde a 1/5 de lo que queda, o sea de $1.400.
- Para eso restamos $3.500 - $1.400, y obtenemos que le quedan $2.100
- De ese dinero calculamos 1/5. Entonces, 1/5 de $2.100 es igual a $420. Por lo tanto le sobran $1.680, porque $2.100- $420 es igual a $1.680.

Veamos estas dos situaciones en el paralelo que nos presenta la siguiente tabla:

dinero para:	primer caso	segundo caso
movilización	$1.500	$1.500
revistas	$2.000	$1.400
dulces para nietos	$1.000	$420
le sobran	$500	$1.680.

Clasifiquemos fracciones

Ya vimos que las fracciones son números que representan una parte de algo que está dividido en trozos iguales. Hoy conoceremos la clasificación de las fracciones y su relación con la unidad.

Distintos nombres

Las fracciones se clasifican de acuerdo a la relación de orden entre su numerador y su denominador. Según esta relación tenemos:

- Fracciones propias.
- Fracciones iguales a la unidad.
- Fracciones impropias.

Iguales a la unidad

Cuando una fracción tiene el numerador igual al denominador, estamos hablando de un entero o de un conjunto completo y lo escribimos como 1. Esto quiere decir que hemos ocupado todos los trozos que teníamos.

Veamos un diagrama y un conjunto que presentan este caso.

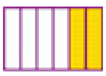
En un conjunto de manzanas, las rojas son:

De acuerdo a esta clasificación, si hablamos de una semana en días, esta será los $\frac{7}{7}$ Un mes se relacionará con los $\frac{30}{30}$ días y un año estará representado por $\frac{365}{365}$ días.

Fracciones propias

Llamaremos fracciones propias a aquellas que tienen el numerador menor que el denominador y nos indican que se han ocupado, tomado o sacado menos trozos de los que forman el entero o el conjunto completo Observa.

$\frac{2}{6}$ en un diagrama nos queda:



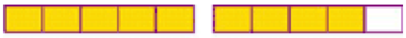
Y en un conjunto, las estrellas grandes:

$2 < 6$, entonces, $\frac{2}{6}$ es una fracción propia.

A partir de cualquier fracción propia podemos determinar lo que le falta para completar la unidad o el conjunto entero. En nuestro ejemplo, a $\frac{2}{6}$, le faltan $\frac{4}{6}$ para ser el entero, porque quedan 4 trozos sin pintar en nuestro diagrama, y son 4 las estrellas más pequeñas.

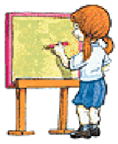
Fracciones impropias

Las fracciones impropias tienen como numerador un número mayor que el denominador. Nos indican que hemos ocupado más de un entero o más de un conjunto. Analicemos este tipo de fracciones con un ejemplo: tenemos chocolates que llevan marcados 5 trozos iguales y queremos repartir un trozo a 9 personas, entonces, necesitamos $\frac{9}{5}$ de chocolate que dibujaremos en un diagrama.



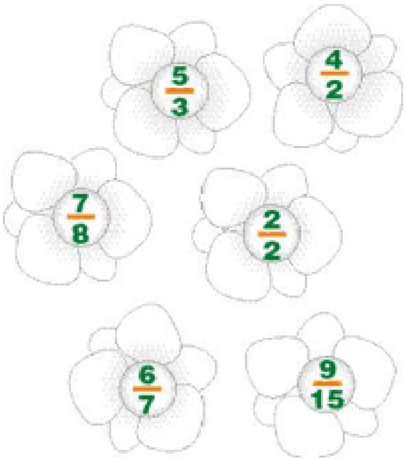
$\frac{9}{5}$

Hemos pintado más de un chocolate, porque tenemos que repartir 9 trozos y cada chocolate tiene 5, entonces, para nuestra repartición necesitamos 2 chocolates que equivalen a 10 trozos.



1 Doña Paquita ha gastado 3/4 kg. de azúcar en la fabricación de galletas para sus nietos. ¿Cuánto le queda del kilo?

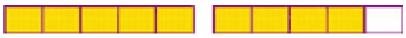
2 Pinta las flores que tienen escrita una fracción impropia.



Números mixtos

Un número mixto está formado por una parte entera y otra que es una fracción propia. Observa.

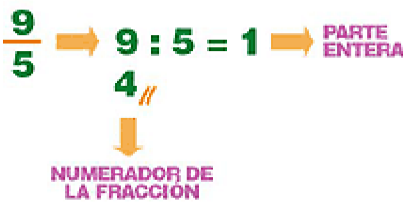
Se lee 2 enteros un cuarto.
Las fracciones impropias se pueden transformar en número mixto. En nuestro ejemplo de los $\frac{9}{5}$ de chocolate dibujamos:



Lo que corresponde a un chocolate entero y cuatro quintos más, es decir, al número mixto

$$1\frac{4}{5}$$

Para transformar una fracción impropia en número mixto, necesitamos dividir el numerador por el denominador de la fracción.
Verificaremos matemáticamente nuestro ejemplo.



El cuociente de la división pasa a ser la parte entera, el residuo se convierte en el numerador y se conserva el denominador. Entonces:

$$\frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$$

Algunas fracciones impropias equivalen a enteros justos, por lo que la fracción que los acompaña corresponde a una con numerador y se dice que no hay fracción.

La fracción $\frac{8}{2}$ equivale a:

8 : 2 = 4
0

8 : 2 = 4 $\quad$ **$\frac{0}{2}$ ó 4 enteros**

A fracción propia

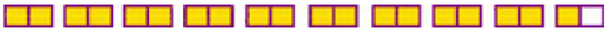
Un número mixto puede transformarse en fracción impropia aplicando el siguiente método: Multiplicamos el entero por el denominador y luego le sumamos el numerador, conservando el mismo denominador. Veamos un ejemplo:

$$4\frac{1}{2}$$

NOS LLEVA A: $4 \cdot 2 + 1$

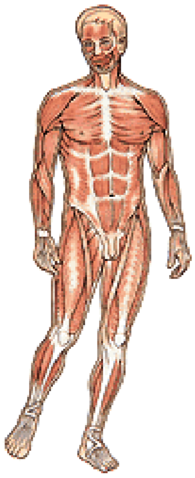
$8 + 1 = 9$ → ES EL NUMERADOR DE LA FRACCIÓN

La fracción impropia es $\frac{9}{2}$. Lo comprobaremos con un diagrama:



1 Para una campaña de ayuda, cada uno de los 13 niños de un curso llevó una botella de 1/2 litro de aceite. Marca la ilustración que muestra los litros que juntaron.

2 A cuántos novenos equivalen $5\,\frac{2}{\mathbf{9}}$



Las fracciones en nuestro cuerpo

Es muy interesante descubrir que nuestro cuerpo está armónicamente proporcionado y que algunas partes son exactamente fracciones de otras.

¿Quieres comprobarlo?

- La fracción $\frac{1}{7}$, se relaciona con la cabeza y el total del cuerpo. La cabeza es $\frac{1}{7}$ de él, es decir, cabe 7 veces en el largo del cuerpo.
- La fracción $\frac{1}{3}$ tiene varios ejemplos. La cara tiene el largo de la palma de la mano, correspondiendo $\frac{1}{3}$ de esa medida a la frente, $\frac{1}{3}$ al largo de la nariz y $\frac{1}{3}$ desde la boca al mentón.
- Otra relación es que el ancho de la cabeza es $\frac{1}{3}$ del ancho de la espalda.